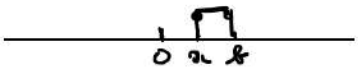
LEZIONE 1

GLI INTERVALLI

INTERVALLI LIMITATI

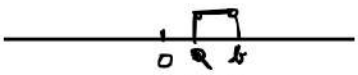
CHIUSO

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$



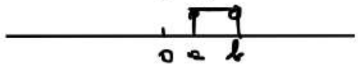
APERTO

$$]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$



CHIUSO A SINISTRA E APERTO A DESTRA

$$[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



APERTO A SINISTRA E CHIUSO A DESTRA

$$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

INTERVALLII ILLIMITATI

INTERVALLO CHIUSO
ILLIMITATO SUPERIORMENTE

$$[a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$

INTERVALLO APERTO
ILLIMITATO SUPERIORMENTE

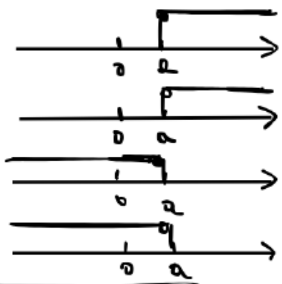
$$]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$

INTERVALLO CHIUSO
ILLIMITATO INFERIORMENTE

$$]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$$

INTERVALLO APERTO
ILLIMITATO INFERIORMENTE

$$]-\infty; a[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$$



$$\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[= (-\infty; +\infty)$$

$$\boxed{\;] = (\qquad [=) \;}$$

$G = (-\infty;1) \cup [2;3[\cup]5;7]$

$]-\infty;+1[$

$(=]$

$) = [$

INTORNO

DEFINIAMO INTORNO COMPLETO DI UN PUNTO X0 UN INTERVALLO APERTO CHE CONTIENE IL PUNTO X0

ESEMPIO $I(x_0=1) =]\frac{1}{2};3[= (\frac{1}{2};3)$

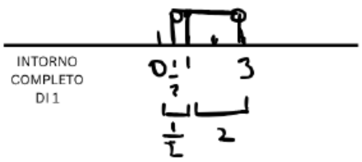
$\delta_1 = \frac{1}{2}$

$\delta_2 = 2$

$I(x_0=1) = (1-\frac{1}{2};\ 1+2)$

$\boxed{I(x_0) = (x_0-\delta_1, x_0+\delta_2)}$

INTORNO COMPLETO DI 1



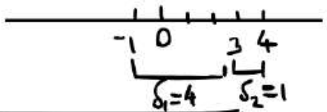
DISTANZE DEL PUNTO 1 DAI DUE STREMI

Your paragraph text

$I = (-1; 4)$

RISCRIVERE QUESTO INTERVALLO COME INTORNO DEL PUNTO
X0 = 3

$x_0 = 3$
$\delta_1 = 1$
$\delta_2 = 4$

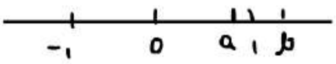


$$\boxed{I(x_0) = (x_0 - \delta_1 ; x_0 + \delta_2)}$$

$$= I(x_0 = 3) = (3 - 4 ; 3 + 1)$$

$$I = \left(1 - \underbrace{\frac{1}{100}}_{\delta_1};\ 1 + \underbrace{\frac{3}{100}}_{\delta_2}\right)$$

CALCOLARE L'ESTENSIONE MASSIMA DELL'INTERVALLO



$a = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$

$b = 1 + 0{,}03 = 1{,}03$

$b - a = 1{,}03 - 0{,}99 = 0{,}04$

$$\delta_1 + \delta_2 = \frac{1}{100} + \frac{3}{100} = \frac{\cancel{4}^{\,1}}{\cancel{100}_{\,25}} = \frac{1}{25} = 0{,}04$$

INTORNO CIRCOLARE

SI COMPORTA COME
UN INTORNO
COMPLETO MA....

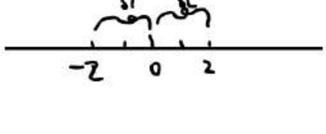
$\delta_1 = \delta_2 = \delta$

$$I(x_0) =]x_0 - \delta_1 ; x_0 + \delta_2[$$

INTORNO CIRCOLARE DI CENTRO X0 E DI RAGGIO DELTA

$$\boxed{I_\delta(x_0) =]x_0 - \delta ; x_0 + \delta[}$$

ESEMPIO



$]-2;2[$

Intorno di 0 di raggio 2

Your paragraph text

$I = (-1; 4)$

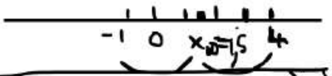
VOGLIO TROVARE X0 E DELTA TALI CHE QUESTO INTERVALLO
SI POSSA ESPRIMERE SOTTOFORMA DI INTORNO CIRCOLARE

$a = -1$

$b = 4$

$$x_0 = \frac{|a+b|}{2} = \frac{|-1+4|}{2}$$

$$= \frac{|3|}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$



$$\boxed{I = (x_0-\delta; x_0+\delta) = (1,5-2,5; 1,5+2,5)}$$

$$\boxed{x_0 = 1,5 \qquad \delta = 2,5}$$

$a = -1 \qquad a = x_0 - \delta$

$b = 4 \qquad b = x_0 + \delta \Longrightarrow \boxed{\begin{cases} -1 = x_0 - \delta \\ 4 = x_0 + \delta \end{cases}}$

$\begin{cases} x_0 - \delta = -1 \Longrightarrow \boxed{x_0 = \delta - 1} \\ x_0 + \delta = 4 \end{cases} \qquad \delta - 1 + \delta = 4 \Longrightarrow 2\delta = 5 \Longrightarrow \boxed{\delta = \frac{5}{2} = 2,5}$

$\begin{cases} x_0 = 1,5 \\ \delta = 2,5 \end{cases} \qquad x_0 = 2,5 - 1 = 1,5 \Longrightarrow \boxed{x_0 = 1,5}$

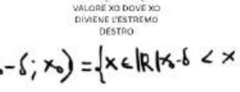
INTORNO SINISTRO
E' UN INTERVALLO APERTO
DI UN QUALUNQUE
VALORE X0 DOVE X0
DIVIENE L'ESTREMO
DESTRO

$$I_s(x_0) = (x_0 - \delta ; x_0) = \{x \in \mathbb{R} \mid x_0 - \delta < x < x_0\}$$

δ

AMPIEZZA DELL'INTORNO

ESEMPIO



$$I_s(1) = \left(1 - \frac{1}{10} ; 1\right)$$

$$\boxed{x_0 = 1 \quad ; \quad \delta = \frac{1}{10} = 0{,}1}$$

Your paragraph text

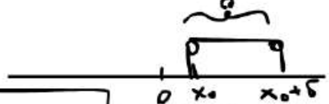
INTORNO DESTRO

E' UN INTERVALLO APERTO DI
UN QUALUNQUE X0, DOVE X0
DIVIENE L'ESTREMO SINISTRO

$$I_d(x_0) = (x_0; x_0+\delta) = \{x \in \mathbb{R} \mid x_0 < x < x_0+\delta\}$$

ESEMPIO
CON $\delta = \frac{1}{100}$

$I_d(-2) = (-2; -2+\frac{1}{100})$



$I_d(-2) = (-2; -1,99)$

δ

AMPIEZZA

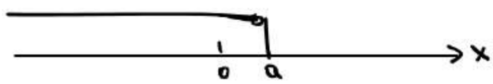
$$-2+\frac{1}{100} = \frac{-200+1}{100} = -\frac{199}{100} = -1,99$$

INTORNO DI MENO INFINITO

E' UN QUALUNQUE
INTERVALLO ILLIMITATO DI
ESTREMO DESTRO
DETERMINATO

$$I(-\infty) = (-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} ; x < e\}$$

INTERVALLO ILLIMITATO APERTO A DESTRA

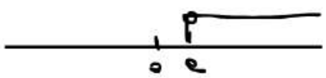


INTORNO DI PIU' INFINITO

E' UN QUALUNQUE
INTERVALLO ILLIMITATO
DI ESTREMO SINISTRO
DETERMINATO

$$I(+\infty) = (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$

INTERVALLO APERTO A SINISTRA



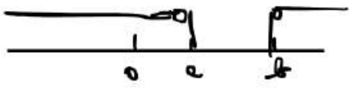
INTORNO COMPLETO DI INFINITO

RAPPRESENTA
QUELL'INTERVALLO APERTO CHE
E' UNIONE DEI DUE PRECEDENTI
INTERVALLI

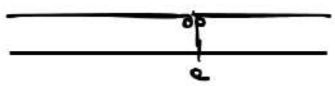
$\vee \quad \cup$

$\wedge \quad \cap$

$$I(\infty) = I(-\infty) \cup I(+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a \vee x > b \; ; \; \underline{a < b}\}$$



se $a = b$



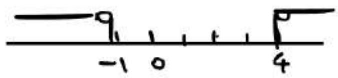
$$\boxed{I(\infty) = \mathbb{R} \setminus \{a\}}$$

ESEMPIO

$$x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$\Delta = 9 - 4(1)(-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$



$$x < -1 \quad \vee \quad x > +4$$

$$]-\infty; -1[\; \cup \;]+4; +\infty[\; = I(\infty)$$