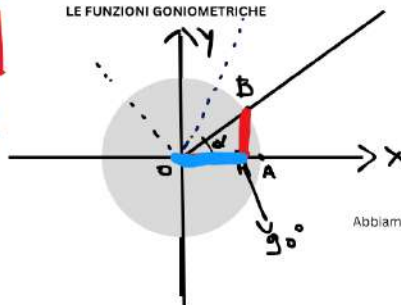


LEZIONE 2
LE FUNZIONI GONIOMETRICHE

$$\overline{BH} = \sin \alpha$$

$$\overline{OH} = \cos \alpha$$



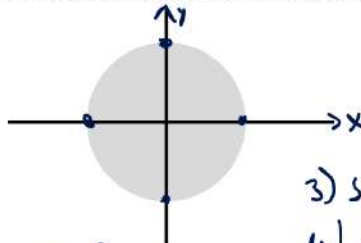
$$O(0,0)$$

$$\overline{OB} = R = 1$$

$$A(1,0)$$

Abbiamo costruito il triangolo rettangolo in H
di vertici O, B e H

PERIODICITA' PER LE FUNZIONI GONIOMETRICHE: $\sin x$, $\cos x$



1) $\sin 0^\circ = 0$

2) $\sin 90^\circ = 1$

$\cos 0^\circ = 1$

$\cos 90^\circ = 0$

3) $\sin 180^\circ = 0$ $\cos 180^\circ = -1$

4) $\sin 270^\circ = -1$ $\cos 270^\circ = 0$

5) $\sin 360^\circ = 0$ $\cos 360^\circ = 1$



$$K = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

$$K \in \mathbb{Z}$$

Quindi è evidente che seno e coseno sono funzioni che ogni multiplo di 360 gradi, ripetono lo stesso valore che possedevano nell'angolo di partenza o originale

$$\sin(\alpha + K \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$$

$$\cos(\alpha + K \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$$

$$[\sin(\alpha + 2K\pi) = \sin \alpha]$$

$$[\cos(\alpha + 2K\pi) = \cos \alpha]$$

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

INTERVALLI DI VARIAZIONE DELLE FUNZIONI SENO E COSENO

ad

$$\underline{-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \implies |\sin \alpha| \leq 1}$$

$$\underline{-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \implies |\cos \alpha| \leq 1}$$

1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	$\implies$	<table><tr><td>$\sin \alpha \uparrow$</td><td>$\cos \alpha \downarrow$</td></tr><tr><td>$\sin \alpha > 0$</td><td>$\cos \alpha > 0$</td></tr></table>	$\sin \alpha \uparrow$	$\cos \alpha \downarrow$	$\sin \alpha > 0$	$\cos \alpha > 0$
$\sin \alpha \uparrow$	$\cos \alpha \downarrow$					
$\sin \alpha > 0$	$\cos \alpha > 0$					
2) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	$\implies$	<table><tr><td>$\sin \alpha \downarrow$</td><td>$\cos \alpha \downarrow$</td></tr><tr><td>$\sin \alpha > 0$</td><td>$\cos \alpha < 0$</td></tr></table>	$\sin \alpha \downarrow$	$\cos \alpha \downarrow$	$\sin \alpha > 0$	$\cos \alpha < 0$
$\sin \alpha \downarrow$	$\cos \alpha \downarrow$					
$\sin \alpha > 0$	$\cos \alpha < 0$					

$3) \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi \Rightarrow$

$\text{Sen } \alpha \downarrow$	$\text{Cos } \alpha \uparrow$
$\text{Sen } \alpha < 0$	$\text{Cos } \alpha < 0$

$4) \frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi \Rightarrow$

$\text{Sen } \alpha \uparrow$	$\text{Cos } \alpha \uparrow$
$\text{Sen } \alpha < 0$	$\text{Cos } \alpha > 0$

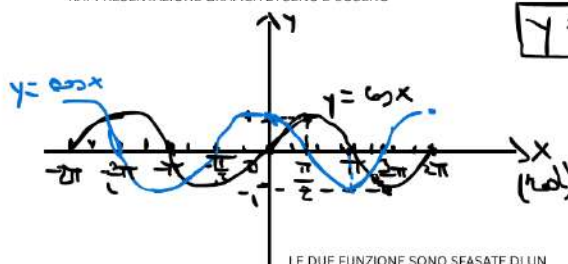
$2\pi : 360^\circ = x : 270^\circ$
 $x = \frac{2\pi \cdot 270^\circ}{360^\circ}$
 $x = \frac{3}{2}\pi$
 $x = \frac{3}{2}\pi$

$$y = \cos x$$

x	y
0°	1
90°	0
180°	-1
270°	0
360°	1

$$\cos(x) = \cos(-x) \quad \text{FUNZ. PARI}$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DI SENO E COSENO



LE DUE FUNZIONI SONO SFASATE DI UN FATTORE PARI A $(\pi \text{ greca}/2)$, CIOE' SONO SFASATE DI 90°

$$y = \sin x$$

x	y
0°	0
90°	1
180°	0
270°	-1
360°	0

$$\sin(x) = -\sin(-x) \quad \text{FUNZ. DISPARI}$$