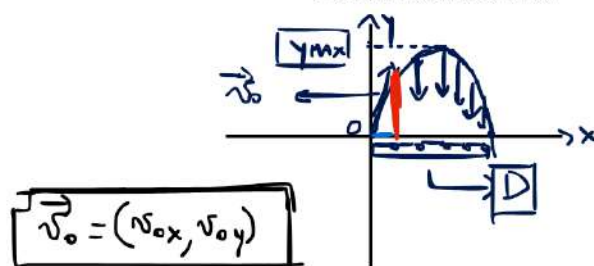


LEZIONE 4

MOTO PARABOLICO

Moto con traiettoria parabolica, cioè
un esempio di moto in due dimensioni



Vettore velocità iniziale

$v(0,0)$

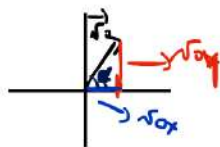


y_{max}

Altezza massima

D

Gittata



$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \theta \\ v_{0y} = v_0 \sin \theta \end{cases}$$

Componenti del vettore velocità iniziale

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

SONO
PER I CALCOLI

v_0 Modulo della velocità e quindi intensità (valore numerico) ad essa associato

θ Angolo di inclinazione o angolo di lancio

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

MODULO
VELOCITÀ INIZIALE

Lungo y il moto corrisponderà a una continua caduta e quindi ad un moto uniformemente accelerato verso il basso.

Lungo x l'ombra del corpo descrive spazi uguali in tempi uguali, quindi questo equivale ad un moto rettilineo uniforme.

$$t_0 = 0 \text{ s}$$

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = x_0 + v_{0x}t \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = y(t) \\ x = x(t) \end{cases}$$

2 EQUAZ.
POSIZIONE

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} - gt \\ v_x = v_{0x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y = v_y(t) \\ v_x = v_x(t) \end{cases}$$

2 EQUAZ.
VELOCITA'

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x = x_0 + v_x t \implies -v_x t = x_0 - x \implies \frac{v_x t}{v_x} = \frac{x - x_0}{v_x} \end{cases}$$

$$\boxed{t = \frac{x - x_0}{v_x}}$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot \left(\frac{x - x_0}{v_x} \right) - \frac{1}{2}g \left(\frac{x - x_0}{v_x} \right)^2$$

$$y = y_0 + \frac{v_{0y} \cdot x - v_{0y} x_0}{v_x} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x^2 + x_0^2 - 2x_0 x}{v_x^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{v_{0y}x - v_{0y}x_0}{v_x} - \frac{(gx^2 + gx_0^2 - 2gx_0x)}{2v_x^2} & y &= Ax^2 + Bx + C \\
 y &= \frac{2v_{0y}v_x + 2v_xv_{0y}(x-x_0) - (gx^2 + gx_0^2 - 2gx_0x)}{2v_x^2} \\
 y &= \frac{2v_{0y}v_x + 2v_xv_{0y}(x-x_0) - gx^2 - gx_0^2 + 2gx_0x}{2v_x^2}
 \end{aligned}$$

$$y = \frac{2y_0 v_x + \underbrace{2v_0 v_{0y} x}_{2v_x^2} - 2v_0 v_{0y} x_0 - g x^2 - g x_0^2 + 2g x_0 x}{2v_x^2}$$

$$y = \underbrace{(-g)}_{A} x^2 + \underbrace{(2v_0 v_{0y} + 2g x_0)}_{B} x + \underbrace{(2y_0 v_x - 2v_0 v_{0y} x_0 - g x_0^2)}_{C}$$

$$y = A x^2 + B x + C$$

C = - - -

$(2v_x^2)$

$$A = -\frac{g}{2v_x^2}$$

$$B = \frac{2v_0 v_{0y} + 2g x_0}{2v_x^2}$$

Tutto il bordello effettuato in precedenza è servito per far capire che la traiettoria è una parabola!!!

y_{max}



Nel punto di altezza massima (y_{max}) il corpo si blocca per un tempo infinitesimale (qualche milionesimo), per poi ricadere giù... Questo significa che la velocità nel punto di altezza massima corrisponde a

0 m/s

$$v_{y_{max}} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_{y_{max}} = v_{0y} - gt$$

$$0 = v_{0y} - gt \Rightarrow -v_{0y} = -gt \Rightarrow v_{0y} = gt$$

$$v_{0y} = gt \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g}$$

Tempo di arrivo all'altezza massima (y_{max})

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$y_{max} = y_0 + v_{0y} \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2$$

$$y_{max} = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{v_{0y}^2}{g^2} = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$y_{max} = y_0 + \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g} = y_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$\text{se } y_0 = 0 \text{ m}$$

Altezza massima

$$y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

!!!

$$x_{max} = x_0 + v_x t = x_0 + v_x \left(\frac{v_{0y}}{g} \right)$$

$$x_{max} = x_0 + \frac{v_x v_{0y}}{g}$$

$$\approx x_0 = 0 \text{ m} \Rightarrow$$

$$x_{max} = \frac{v_x v_{0y}}{g}$$

$$P_{max} = (x_{max}, y_{max}) = \left(\frac{v_{0x} v_{0y}}{g}, \frac{v_{0y}^2}{2g} \right)$$

Coordinate del punto dove il corpo raggiunge
l'altezza
massima

$$t = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$v_x = v_{0x}$$

GITTATA

La gittata rappresenta la massima distanza orizzontale che un corpo può raggiungere (dal punto in cui viene lanciato al punto in cui ricade sul terreno)

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_x t \\ y &= y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}0 &= y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ 0 &= v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2\end{aligned}$$

$$y_0 = 0 \text{ m}$$

Quando il corpo ricade giù la y sarà nulla, cioè $y = 0 \text{ m}$

$$\begin{aligned}v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 &= 0 \\ t (v_{0y} - \frac{1}{2} g t) &= 0 \\ t &= 0 \text{ s} \\ v_{0y} - \frac{1}{2} g t &= 0\end{aligned}$$

$$v_{0y} - \frac{1}{2} g t = 0$$

$$-\frac{1}{2} g t = -v_{0y} \Rightarrow g t = 2 v_{0y}$$

$$t = \frac{2 v_{0y}}{g}$$

Tempo che impiega il corpo per ricadere a terra

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = x_0 + v_{0x} \cdot \frac{2 v_{0y}}{g} = x_0 + \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

$$Dx = x_0 + \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

$$\text{ne } x_0 = 0 \text{ m}$$

$$D = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

Gittata, ovvero distanza orizzontale fra punto di lancio e punto di ricaduta del corpo

$$D = \frac{2\sqrt{x}\sqrt{y}}{g}$$

$$X_{MAX} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{g}$$

$$D = 2 X_{MAX}$$

$$t_{GITTATA} = \frac{2\sqrt{y}}{g}$$

$$t_{ARRIVO} = \frac{\sqrt{y}}{g}$$

$$t_{GITTATA} = 2 t_{ARRIVO}$$

$$D = 2 \frac{v_0 \times v_{0y}}{g} = 2 \frac{v_0 \cos \theta}{g} \frac{v_0 \sin \theta}{g} = 2 \frac{v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

FORMULA DELLA Distanza SENZA

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

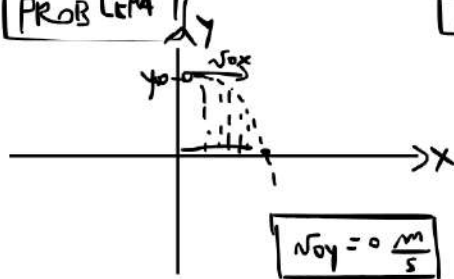
$$D = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

Cioè la massima distanza a cui posso lanciare un corpo è strettamente correlata all'angolo di lancio, ovvero l'angolo di inclinazione con cui il corpo viene lanciato

per $\theta = 45^\circ$ MASSIMA GITTATA $\sin 90^\circ = 1$

$$D = \frac{v_0^2}{g}$$

PROBLEM 1



$$v_{0y} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_0 = v_{0x} \quad | \quad v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2}$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$y_0 = 12 \text{ m}$$

$$v = 2 v_0$$

$$v_0 = ?$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + \cancel{v_{0y}^2}}$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2} = v_{0x}$$

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2}$$

$$\sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2} = 2v_{0x}$$

$$v_{0x}^2 + v_y^2 = 4v_{0x}^2$$

$$v_y^2 = 4v_{0x}^2 - v_{0x}^2 \Rightarrow v_y^2 = 3v_{0x}^2$$

$$v_{0x} = \frac{v_y = 153 \frac{4m}{s}}{\sqrt{3}}$$

$$v_0 = v_{0x} = ?$$

ELEVO AL QUADRATO TUTTO

$$v_y = \pm \sqrt{3v_{0x}^2}$$

$$v_y = \pm \sqrt{3}v_{0x}$$

$$v_{0x} = 8,85 \frac{m}{s} = v_0$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$\boxed{v_y = -gt}$$

$$y = y_0 + \cancel{v_{0y}t} - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\boxed{y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2}$$

$$\boxed{v_{0y} = 0 \frac{m}{s}}$$

$y = 0 \text{ m}$
 PUNTO IN
 CUI LA
 PALLINA
 TOCCA IL
 SUOLO

$$\begin{cases} v_y = -gt \\ 0 = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_y = -gt \\ y_0 = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad t, v_y$$

$$\boxed{t = -\frac{v_y}{g}} \quad y_0 = \frac{1}{2}g\left(-\frac{v_y}{g}\right)^2 = \frac{v_y^2}{2g}$$

$$y_0 = \frac{v_y^2}{2g} \Rightarrow v_y^2 = 2gy_0 \Rightarrow v_y = \sqrt{2gy_0}$$

$$\boxed{v_y = 15.34 \frac{m}{s}} \quad v_y = \sqrt{2 \cdot (9.81 \frac{m}{s^2}) \cdot 12 m} \quad v_y = \sqrt{235.44 \frac{m^2}{s^2}}$$