

LEZIONE 4
PRODOTTO CARTESIANO FRA INSIEMI

Il prodotto cartesiano fra 2 insiemi è un insieme che per elementi ha le coppie ordinate di elementi, dove il primo elemento appartiene al primo insieme ed il secondo elemento appartiene al secondo insieme

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

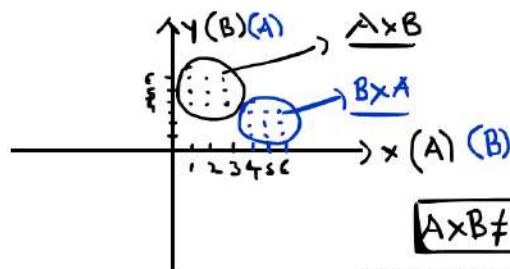
RAPP. CARATTERISTICA

Rappresentazione per caratteristica del prodotto cartesiano

ESEMPIO $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{4, 5, 6\}$

RAPP. ELENCAZIONE

$$A \times B = \{(1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 4); (2, 5); (2, 6); (3, 4); (3, 5); (3, 6)\}$$



Il prodotto cartesiano non soddisfa la proprietà commutativa

$$B \times A = \{(b, a) \mid b \in B, a \in A\}$$

$$B \times A = \{(4, 1); (4, 2); (4, 3); (5, 1); (5, 2); (5, 3); (6, 1); (6, 2); (6, 3)\}$$

RELAZIONI

Una relazione è definita come sottoinsieme del prodotto cartesiano e tale da soddisfare una particolare richiesta che riguarda gli elementi della coppia

$$R \subseteq A \times B$$

La relazione è contenuta o al più uguale al prodotto cartesiano dei due insiemi A e B

$$R = \{ (a, b) \in A \times B \mid b = a + 3, a \in A, b \in B \}$$

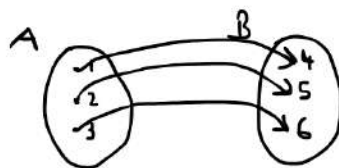
RAPPR PER CARATTERISMA

→ CONDIZIONE O RICHIESTA

$$A \times B = \{ (\underline{1}, \underline{4}); (2, 4); (3, 4); (1, \underline{5}); (\underline{2}, \underline{5}); (2, 6); (3, 4); (3, 5); (\underline{3}, \underline{6}) \}$$

$$\mathcal{R} = \{(\underline{1}, \underline{4}), (\underline{2}, \underline{5}), (\underline{3}, \underline{6})\}$$

RAPPR. PER
ELENCAZIONE



RAPPR. SAGITTALE

$$\begin{aligned} (1, 4) &= 1 \mathcal{R} 4 \\ (2, 5) &= 2 \mathcal{R} 5 \\ (3, 6) &= 3 \mathcal{R} 6 \end{aligned}$$

$$A \times B = \{(1, 4); (1, 5); (1, 6); (2, 4); (2, 5); (2, 6); (3, 4); (3, 5); (3, 6)\}$$

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in A \times B \mid \begin{array}{l} a=2m \quad b=2m \\ \text{PARI} \quad \text{PARI} \end{array}; m \in \mathbb{N}; 1 \leq m \leq 3\}$$

CARATTERISTICA

$$\mathcal{R} = \{(2, 4); (2, 6)\}$$

ELENCAZIONE

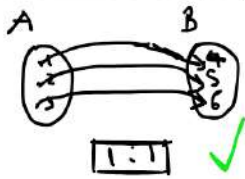


RAPP. SACETTILE

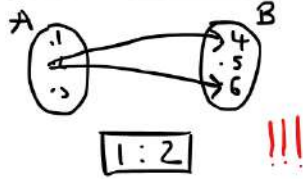
$$(2, 4) = 2 \mathcal{R} 4$$

$$(2, 6) = 2 \mathcal{R} 6$$

1^a RELAZIONE



2^a RELAZIONE



FUNZIONE

Si definisce funzione una relazione per cui ogni elemento dell'insieme di partenza (A) è connesso ad uno ed un solo elemento dell'insieme di arrivo (B)

! UNICO

* $\forall a \in A \exists ! b \in B \mid a R b$

Per ogni elemento a appartenente all'insieme A esiste un unico elemento b appartenente all'insieme B tale che a risulti in relazione con b

$$\boxed{\forall a \in A \exists! b \in B \mid a \mathcal{R} b}$$

$$\implies b = \underline{f(a)}$$

$$\boxed{b = a + 3}$$

LEGGE DELLA
FUNZIONE

$$\boxed{f: A \rightarrow B}$$

DOMINIO

CODOMINIO

Dominio

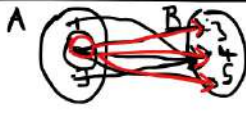
Codominio

ESERCIZIO 1 $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{3, 4, 5\}$

$$R = \{ (x, y) \in A \times B \mid x \cdot y = 2m, m \in \mathbb{N}, 1 \leq m \leq 2 \}$$

$$A \times B = \{ (1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 3); (3, 4); (3, 5) \}$$

$$R = \{ (1, 4); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 4) \}$$



1:3 !!!
NON È FUNZIONE!

ESERCIZIO 2 $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{3, 4, 5\}$

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid x + 3 = y \mid x \in A, y \in B\}$$

$$A \times B = \{(1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 3); (2, 4); (2, 5); (3, 3); (3, 4); (3, 5)\}$$

$$R = \{(1, 4); (2, 5)\}$$

