LEGGE DI COULOMB

Considerando due cariche $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$ tra di esse si esercita una forza di interazione che può essere attrattiva o repulsiva (la quale dipende dal segno delle cariche stesse):

- Segno concorde (+,+ oppure -,-): le q si respingono
- Segno discorde (+,- oppure -,+): le q si attraggono

Si parla in questo modo di **FORZA DI COULOMB,** un <u>vettore forza F</u> che si calcola come $\mathbf{F} = \frac{\mathbf{K\, q_1\, q_2}}{\mathbf{d^2}}$

Esaminiamola in dettaglio:

- **F**: forza elettrica
- **K**: costante elettrica **[8,9 x 10^9 Nm^2/C^2]**, dipende dal mezzo materiale in cui si trovano le due cariche. Nel S.I. $K = \frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}$, con ε_0 che prende il nome di costante dielettrica nel vuoto (mezzo materiale standard) **[8,85 x 10^{-12} C^2/N]**
- $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$**:** cariche di segno generico
- **d:** distanza fra le due cariche

Nel caso in cui le cariche non si trovano nel vuoto ma sono in un mezzo materiale diverso dal vuoto (per esempio aria, acqua ecc):
$K = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_r}$, dove ε_r è chiamata costante dielettrica del mezzo materiale (nell'aria $\varepsilon_r = 1$).

Negli esercizi la legge di Coulomb si può applicare soltanto considerando due cariche alla volta; per esempio, se devo scrivere la F conoscendo 3 cariche ($+q_A$, $-q_B$, $+q_C$), allora avrò una F attrattiva tra q_A e q_B, detta F_{A-B}, poi avrò una F attrattiva tra q_B e q_C, detta F_{C-B}, infine avrò una F repulsiva tra q_A e q_C, detta F_{A-C}.

La forza di Coulomb ricorda la forza gravitazionale di Newton, nel senso che:
una massa (M) genera un campo gravitazione che agisce su una altra massa (m) grazie alla forza gravitazionale (F_g), mentre nel nostro caso, una carica (Q) genera un campo elettrico che agisce su una altra carica (q) grazie alla forza elettrica, chiamata anche forza di Coulomb (F_e).

Quindi, il campo gravitazionale è il rapporto tra la forza e la massa: $G = \frac{F_g}{M}$

mentre il campo elettrico rapporto tra la forza elettrica e la carica: $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F_e}}{\mathbf{Q}}$

L'unità di misura del campo elettrico (E) nel sistema internazionale (S.I.) corrisponde al **N/C.**

$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{q}}$ **----> F = qE** cioè la forza corrisponde al prodotto tra la carica generica ed il campo elettrico.

Dimostriamo adesso come poter scrivere il <u>vettore campo E</u> in funzione della carica e del mezzo materiale:

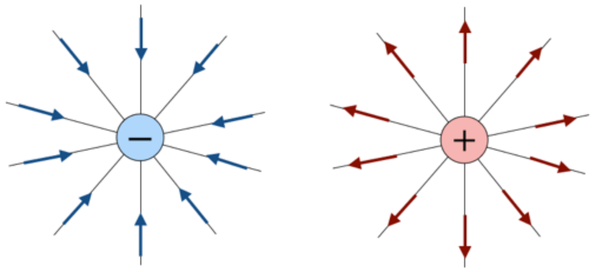
$$E = \frac{F}{q} = \frac{\frac{K\,Qq}{d^2}}{q} = \frac{K\,Q}{d^2} = \frac{Q}{4\,\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_r\;d^2}$$

La distanza (d) va sempre convertita in metri all'occorrenza

Multipli			Unità	Sottomultipli		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
chilometro	ettometro	decametro	metro	decimetro	centimetro	millimetro
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

È possibile rappresentare il vettore E considerando alcune semplici regole convenzionali:

- possiede verso uscente da cariche positive (angolo tra 0° e 90°) ed entrante in cariche negative (angolo tra 90° e 180°)
- le linee di campo (cioè l'insieme di tutti i vettori E) si addensano quando il campo è intenso, altrimenti si diradano
- quando si propagano nello spazio in modo sferico e radiale da cariche puntiformi generando un campo E uniforme



TEOREMA DI GAUSS

Relazione tra il flusso **Φ** del campo elettrico E attraverso una superficie S chiusa, detta superficie gaussiana.

Se un campo E è uniforme su tutti i punti di una generica superficie, la relazione che lega queste grandezze è la seguente: $\mathbf{\Phi = E\,S = E\,S\cos\alpha}$

Per semplicità la superficie gaussiana la intendiamo come un vettore con modulo uguale alla sua area, direzione sempre perpendicolare ad essa e verso concorde al vettore campo E.

Il flusso è proporzionale alle linee di campo che attraversano la superficie. Considerando una superficie curva chiusa, esso sarà:

- positivo per linee di campo uscenti
- negativo per linee di campo entranti

Dalla dimostrazione grafica del teorema di Gauss, possiamo intendere il flusso Φ dipendente dalla sola/e carica che lo genera e dal mezzo materiale in cui questa carica (o queste cariche) sono contenute.

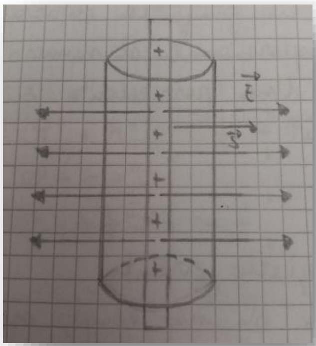
$$\Phi = E\,S = E\,4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_{TOT}}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0}$$

$\mathbf{Q_{TOT}}$ corrisponde alla somma algebrica di tutte le cariche presenti nella superficie

L'unità di misura del flusso Φ nel S.I. $\mathbf{Nm^2/C}$

Consideriamo adesso tre diverse superfici caratteristiche e osserviamo come calcolare il vettore campo elettrico E facendo uso del teorema di Gauss appena enunciato. Per convenzione si considerano sempre cariche positive racchiuse in queste superfici.

1. **Superficie lineare**, cioè un filo lungo di materiale conduttore in cui all'interno fluiscono delle cariche: si forma un unico campo elettrico con direzione perpendicolare al filo stesso, che va in entrambi i versi.
   Si ottiene in questo modo una superficie curva chiusa corrispondente alla superficie laterale di un cilindro.



Cilindro verticale: $S_{TOT} = S_{lat} + 2A_{base} = C\ h + 2A_{base} = 2\pi r\ h + 2A_{base}$

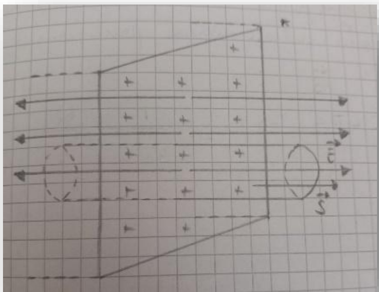
nel nostro caso non consideriamo l'area di base in quanto parallela al vettore E (cosα = 0)

Applicando il teorema di Gauss**,** si trova che:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \mathbf{E\ 2\pi rh} \quad \text{---->} \quad \mathbf{E} = \frac{Q}{2\pi rh\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$$

Da questa possiamo ricavare la densità di carica lineare (lamda) $\boldsymbol{\lambda} = \frac{Q}{h}$, misurato in **C/m**

2. **Superficie piana,** cioè una lamina estesa di materiale conduttore in cui fluiscono delle cariche: si forma un unico campo elettrico con direzione perpendicolare alla lamina stessa, che va in entrambi i versi, in relazione alle facce della lamina.
   Si ottiene in questo modo una superficie chiusa corrispondente alla area di base di un cilindro (cioè l'area del cerchio).



Cilindro orizzontale: $S_{TOT} = S_{lat} + 2A_{base} = C\ h + 2A_{base} = C\ h + 2\ \pi r^2$

nel nostro caso non consideriamo l'area della superficie laterale in quanto parallela al vettore E (cosα = 0)

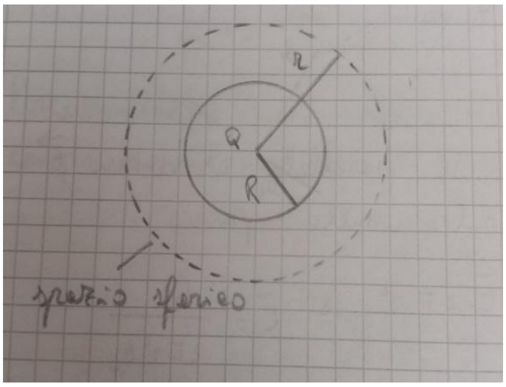
Applicando il teorema di Gauss**,** si trova che:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \mathbf{E\ 2\pi r^2} \quad \text{---->} \quad \mathbf{E} = \frac{Q}{2\pi r^2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Da questa possiamo ricavare la densità di carica superficiale (sigma) $\boldsymbol{\sigma} = \frac{Q}{\pi r^2}$, misurato in **C/m²**

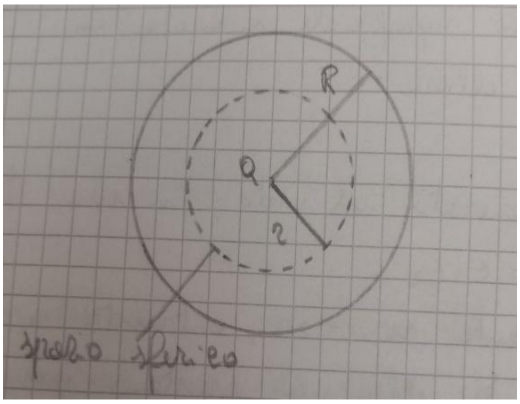
3. **Superficie sferica o generica**, cioè una sferetta infinitamente grande di materiale conduttore in cui fluiscono delle cariche. In questa situazione si originano due sotto-casi:

- **caso 3a:** il raggio R della sferetta carica è minore del raggio r dello spazio sferico: poiché la carica va oltre la superficie sferica considerata, il campo generato coincide con quello di una carica puntiforme, in quanto la superficie sarebbe uguale a $S = 4\pi r^2$. Applicando il teorema di Gauss, si trova che:



$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = E\,4\pi r^2 \quad \text{---->} \quad E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{K\,Q}{r^2}$$

- **caso 3b:** il raggio R della sferetta carica è maggiore del raggio r dello spazio sferico: si devono quindi considerare due superfici, quella della sferetta e quella dello spazio sferico. Essendoci un cambio di superficie, le cariche cambiano di intensità a seconda del mezzo in cui si trovano, pertanto, si indica con Q la carica interna contenuta nella sferetta e con q una generica carica sulla superficie della sferetta o a contatto con essa.



Ricapitolando:

Q: carica interna
q: carica esterna

$S_{spazio} = 4\pi r^2$
$V_{spazio} = 4/3\ \pi r^3$

$S_{sferetta} = 4\pi R^2$
$V_{sferetta} = 4/3\ \pi R^3$

In questo caso si parla di densità di carica volumica (rho) $\rho = \frac{Q}{V}$, misurato in **C/m³.**

Avendo due superfici diverse, si avrà comunque la stessa densità di carica volumica, ma a variare sarà la carica e la superficie considerata, cioè $\rho = \frac{Q}{V_{sferetta}}$ e $\rho = \frac{q}{V_{spazio}}$

Applicando il teorema di Gauss, si trova che:

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = E\,4\pi r^2 \quad \text{---->}$$

$$\frac{\rho \frac{4}{3}\pi\, r^3}{\varepsilon_0} = E\,4\pi r^2 \quad \text{---->}$$

$$\frac{Q}{V_{sferetta}}\,\frac{\frac{4}{3}\pi\, r^3}{\varepsilon_0} = E\,4\pi r^2 \quad \text{---->}$$

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi\, R^3}\,\frac{\frac{4}{3}\pi\, r^3}{\varepsilon_0} = E\,4\pi r^2 \quad \text{---->} \quad E = \frac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0\, R^3}$$