LEZIONE 10

$\boxed{3}$ È FACILM. VERIFICABILE

Relazioni di equivalenza

Una relazione R si dice di equivalenza in un certo insieme generico A se gode delle proprietà:

1 • riflessiva
2 • simmetrica
3 • transitiva

ESEMPIO $\mathcal{R}$ "APPARTENERE ALLA STESSA CLASSE"

$A = \{$KEVYN, JONATHAN, DIANA, RICCARDO, MARTINA$\}$

$\boxed{1}$ $\forall x \in A \Rightarrow x \mathcal{R} x$ KEVYN APPARTIENE ALLA CLASSE DI SÉ STESSO

$\boxed{2}$ $\forall x, y \in A \; x \mathcal{R} y \Rightarrow y \mathcal{R} x$ KEVYN APPART. ALLA STESSA CLASSE DI JONATHAN
JONATHAN APPART. ALLA STESSA CLASSE DI KEVYN

ESERCIZI DI RIEPILOGO $\quad R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

Stabilire se le relazioni seguenti sono di equivalenza oppure no.

R : $\boxed{x - y \text{ DIVISIBILE PER } 3}$ $\quad x, y \in \mathbb{Z}$

$$R = \{ (1,1), (1,4), (1,7), \dots (4,1), (7,1), \dots$$
$$(2,2), (2,5), (2,8), \dots (5,2), (8,2), \dots$$
$$(3,3), (3,6), (3,9), \dots \}$$

$$\boxed{R = \{ (x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x - y = 3n,\ n \in \mathbb{Z} \}}$$

1) RIFLESSIVA VERIFICATA $\forall x \in \mathbb{Z} \Rightarrow xRx$

POICHE' POSSO PRENDERE SEMPRE

$$\boxed{\begin{array}{l}(1,1);(2,2);(3,3);\ldots\\(-1,-1);(-2,-2);(-3,-3),\ldots\end{array}}$$

2) SIMMETRICA VERIFICATA $\forall x,y \in \mathbb{Z}\ xRy \Rightarrow yRx$

POICHE' POSSO PRENDERE SEMPRE

$$\boxed{\begin{array}{l}(1,4);(4,1);(1,7);(7,1);\ldots\\(2,5);(5,2);(2,8);(8,2)\ldots\\\ldots\end{array}}$$

3) TRANSITIVA $\forall x,y,z;\ xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$

POICHE' POSSO PRENDERE

$$\boxed{(1,4);(4,7)\Rightarrow(1,7);\ (2,5);(5,8)\Rightarrow(2,8)}$$

E' UNA REL D'EQUIVALENZA!!!

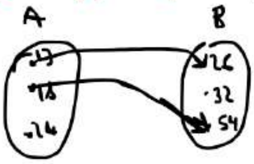
ES. 2 $\quad A=\{13,18,24\} \quad B=\{26,32,54\}$

$$R=\{(a,b)\in A\times B \mid \underbrace{b:a=m}_{\text{Condizione affinchè a sia divisore di b}},\ m\in\mathbb{N}\}$$

$$\frac{b}{a}=m \Rightarrow \boxed{b=m\cdot a}$$

$$A\times B=\{(13,26);(13,32);(13,54);(18,26);(18,32);(18,54);(24,26);(24,32);(24,54)\}$$

$$\boxed{R=\{(13,26);(18,54)\}}$$



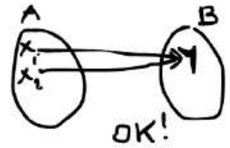
Introduzione alle funzioni

La funzione è una relazione, in cui però, ogni elemento dell'insieme di partenza (A) è collegato ad uno ed un solo elemento dell'insieme di arrivo (B).

$$\boxed{\forall x \in A \ \exists! \ y \in B \mid x \mathcal{R} y \longrightarrow y = f(x)}$$

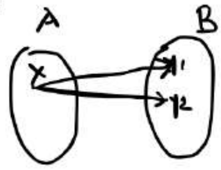
LEGGE DELLA FUNZIONE

Per ogni elemento x appartenente all'insieme A esiste un unico elemento y appartenente all'insieme B, tale che l'elemento x risulti in relazione con l'elemento y, ovvero che y sia funzione di x



2:1 ✓
1:1

OK!



1:2 ✗

No!!!