PROPRIETA' DELLE RELAZIONI

Proprietà riflessiva

$$\boxed{\forall x \in A \Rightarrow xRx}$$

Per ogni elemento x appartenente ad un generico insieme A
l'elemento x è in relazione con sé stesso

ESEMPIO

$R \rightarrow$ "È FIGLIO DI"

JONATHAN "È FIGLIO DI" JONATHAN
x x

Questa relazione è anti - riflessiva

$\boxed{x \cancel{R} x}$

L'ELEM. NON È IN RELAZ. CON SÉ STESSO

$\mathcal{R}$ "HA LA STESSA ETÀ"

JONATHAN "HA LA STESSA ETÀ DI" JONATHAN

$x \quad \mathcal{R} \quad x$

$\boxed{x \mathcal{R} x}$ PROPR. RIFLESSIVA

Proprietà simmetrica

$\forall\, x, y \in A;\ xRy \Rightarrow yRx$

Per ogni coppia di elementi x e y appartenenti al generico insieme A se il primo elemento x è in relazione con il secondo elemento y, allora deve succedere che anche il secondo elemento y sia in relazione con il primo elemento x

R = "È FRATELLO DI"

RICCARDO "È FRATELLO DI" ALESSANDRO

x $\quad R$ $\quad y$

$\Downarrow$

ALESSANDRO "È FRATELLO DI" RICCARDO

y $\quad R$ $\quad x$

R

$\boxed{\text{SIMMETRICA}}$

$\mathcal{R}$ "È FIGLIO DI" $\boxed{x \mathcal{R} y \Rightarrow y \not{\mathcal{R}} x}$

JONATHAN "È FIGLIO/A DI" CINZIA

x y

$\Downarrow$

CINZIA "È FIGLIO/A DI" JONATHAN

y x

$\boxed{\mathcal{R} \text{ ANTI-SIMMETRICA}}$

Proprietà transitiva

$$\forall x, y, z \in A,\ xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$$

Per ogni elementi x,y e z appartenenti al generico insieme A se il primo elemento x è in relazione con il secondo elemento y ed il secondo elemento y è in relazione con il terzo elemento z, allora il primo elemento x è in relazione col terzo elemento z

R = "È FRATELLO DI" $\boxed{\text{TRANSITIVA}}$

X ALESSIO Y FLAVIO Z SERGIO

ALESSIO (X) "È FRATELLO DI" SERGIO (Z)

ALESSIO (X) "È FRATELLO DI" FLAVIO (Y) ; FLAVIO (Y) "È FRATELLO DI" SERGIO (Z)

$\mathcal{R}$ "È FIGLIO/A DI"

x	y	z
KEVYN	FRANCESCA	FRANCESCO

$x \mathcal{R} y \implies$ KEVIN È FIGLIO DI FRANCESCA

$y \mathcal{R} z \implies$ FRANCESCA FIGLIO/A DI FRANCESCA

$\Downarrow$

$x \mathcal{R} z \implies$ KEVYN "FIGLIO DI" FRANCESCO No!!!

$\mathcal{R}$ **NON TRANSITIVA**

Relazioni d'ordine

Una relazione d'ordine si distingue in due tipologie:
1) Ordine Largo
2) Ordine Stretto
Poi sia quelle di ordine largo che quelle di ordine stretto possono essere di due tipologie:
1) di ordine totale
2) di ordine parziale

Ordine largo
Una relazione d'ordine si dice di ordine largo se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- riflessiva
- antisimmetrica
- transitiva

$\leq$; $\geq$

Ordine stretto
Una relazione d'ordine si dice di ordine stretto se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- antiriflessiva
- antisimmetrica
- transitiva

$<$; $>$

$\geq$

1) $\forall x \in A \Rightarrow x \mathcal{R} x$

RIFLESSIVA — È VERO $2 \geq 2$? SI — LA 1 È SODDISFATTA

2) $\forall x, y \in A \; x \mathcal{R} y \Rightarrow y \not\mathcal{R} x$

ANTISIMMETRICA — È VERO CHE SE $3 \geq 2 \Rightarrow 2 \ngeq 3$ — LA 2 È SODDISFATTA

negazione del maggiore uguale

3) $\forall x, y, z \in A \; x \mathcal{R} y \wedge y \mathcal{R} z \Rightarrow x \mathcal{R} z$

TRANSITIVA — È VERO CHE SE $3 \geq 2 \wedge 2 \geq 1 \Rightarrow 3 \geq 1$ — LA 3 È SODDISFATTA

$>$, $<$ $\rightarrow$ Scompare solo la proprietà riflessiva e la relazione diventa di ordine stretto!!!

Relazione di ordine totale è una relazione d'ordine che è verificata per qualunque elementi appartenenti a un qualunque insieme.

Relazione di ordine parziale è una relazione d'ordine che è verificata per "alcuni" elementi appartenenti a un qualunque insieme

ESEMPIO

$\mathcal{R}$ "È DIVISORE DI"

ESEMPIO

$\boxed{A=\{1,2,3,4\}}$

1 $\mathcal{R}$ 1 "1 È DIVISORE DI SÈ STESSO"

2 $\mathcal{R}$ 2 "2 // // // "

3 $\mathcal{R}$ 3 "3 // // // "

4 $\mathcal{R}$ 4 "4 // // // "

<u>RIFLESSIVA</u> $\forall x \in A \Rightarrow x \mathcal{R} x$

$x = 1$; $y = 2$ $\mathcal{R}$ = "E' DIVISORE DI"

$\boxed{1 \mathcal{R} 2 \Rightarrow 2 \not\mathcal{R} 1}$ ANTISIMMETRICA

$x = 1$; $y = 3$

$\boxed{1 \mathcal{R} 3 \Rightarrow 3 \not\mathcal{R} 1}$ ANTISIMMETRICA

$x = 1$; $y = 4$

$\boxed{1 \mathcal{R} 4 \Rightarrow 4 \not\mathcal{R} 1}$ ANTISIMMETRICA

$x = 2 \quad y = 3$

$2 \not R 3 \Longrightarrow 3 \not R 2$

NON È VERIFICATA NESSUNA PROPRIETÀ

$x = 2 \quad y = 4$

$2 R 4 \Longrightarrow 4 \not R 2$

ANTISIMMETRICA

RELAZIONE D'ORDINE LARGO PARZIALE

Relazioni d'equivalenza

A "CLASSE BIENNIO"

Una relazione di dice di equivalenza se gode elle proprietà:

- riflessiva
- simmetrica
- transitiva

ESEMPIO $\mathcal{R}$ "APPARTIENE ALLA STESSA CLASSE"

$\forall x \in A \Rightarrow x\mathcal{R}x$ [JONATHAN APPARTIENE ALLA STESSA CLASSE DI SE STESSO]

$\forall x, y \in A \quad x\mathcal{R}y \Rightarrow y\mathcal{R}x$ [SE MARTINA APPARTIENE ALLA STESSA CLASSE DI JONATHAN

$\Downarrow$

JONATHAN APPART ALLA STESSA CLASSE DI MARTINA

PURE TRANSITIVA

ESERCIZIO 1 $\quad A = \{36, 47, 74, 123\}$

$\mathcal{R} \subseteq A \times A = \{(36,36); (47,47); (47,74); (74,47); (123,123)\}$

1) $\boxed{\mathcal{R}}$ TIPOLOGIA $\mathcal{R}$ "HA LE STESSE CIFRE DI"

2) RIFLESSIVA O NO? PER ESEMPIO

36, 47 $\Rightarrow$ 36 $\not\mathcal{R}$ 47 (36 NON HA LE STESSE CIFRE DI 47)

Non vale la proprietà riflessiva su tutto l'insieme A e quindi
non
è riflessiva.

ESERCIZIO 2

$$A = \{2, 4, 8\}$$

$$R \subseteq A \times A = \{(2,4); (4,2); (2,8); (4,8); (8,4)\}$$

R È SIMMETRICA ?!?

$$\boxed{\forall x, y \in A \quad xRy \Longrightarrow yRx}$$

$2R4 \Longrightarrow 4R2$

$2R8 \Longrightarrow 8 \not R 2$ NO!!!

$4R8 \Longrightarrow 8R4$

MANCA LA COPPIA $(8, 2)$ R NON È SIMMETRICA