

PROPRIETA' DELLE RELAZIONI

Proprietà riflessiva

$$\forall x \in A \Rightarrow x R x$$

Per ogni elemento  $x$  appartenente ad un generico insieme  $A$  l'elemento  $x$  è in relazione con sé stesso

ESEMPIO

$R \rightarrow$  "E' FIGLIO DI"

JONATHAN "E' FIGLIO DI" JONATHAN  
 $x$   $x$

↳ Questa relazione è anti-riflessiva.

$$x \not R x$$

↓  
ELEM.  
NON E' IN  
RELAZ. GN SE STESSO

$R$  "HA LA STESSA ETÀ"

JONATHAN "HA LA STESSA ETÀ DI"  
 $R$

JONATHAN  
 $x$

$x$

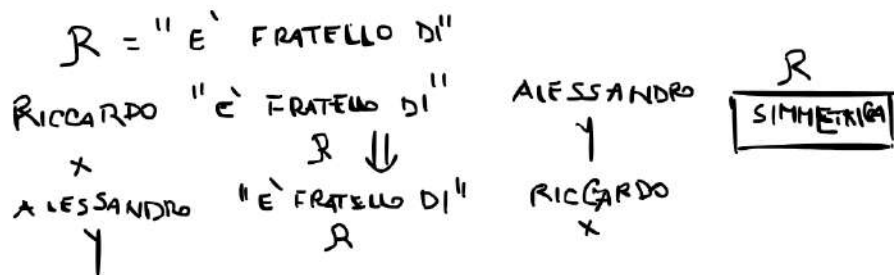
$xRx$

PROPR. RIFLESSIVA

Proprietà simmetrica

$$\forall x, y \in A; xRy \Rightarrow yRx$$

Per ogni coppia di elementi  $x$  e  $y$  appartenenti al generico insieme  $A$  se il primo elemento  $x$  è in relazione con il secondo elemento  $y$ , allora deve succedere che anche il secondo elemento  $y$  sia in relazione con il primo elemento  $x$









### Relazioni d'ordine

Una relazione d'ordine si distingue in due tipologie:

- 1) Ordine Largo
- 2) Ordine Stretto

Poi sia quelle di ordine largo che quelle di ordine stretto possono essere di due tipologie:

- 1) di ordine totale
- 2) di ordine parziale

#### Ordine largo

Una relazione d'ordine si dice di ordine largo se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- riflessiva
- antisimmetrica
- transitiva



#### Ordine stretto

Una relazione d'ordine si dice di ordine stretto se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- antiriflessiva
- antisimmetrica
- transitiva



② 1)  $\forall x \in A \Rightarrow x R x$

RIFLESSIVA È VERO  $2 \geq 2$  ? SI

È SODDISFATTA

2)  $\forall x, y \in A \ x R y \Rightarrow y R x$

ANTISIMMETRICA È VERO CHE SE  $2 \geq 2 \Rightarrow 2 \not\geq 3$  LA

negazione del maggiore uguale

È SODDISFATTA

3)  $\forall x, y, z \in A \ x R y \wedge y R z \Rightarrow x R z$

TRANSITIVA

È VERO CHE SE  $3 \geq 2 \wedge 2 \geq 1 \Rightarrow 3 \geq 1$

È SODDISFATTA



Scompare solo la proprietà riflessiva e la relazione diventa di ordine stretto!!!

Relazione di ordine totale è una relazione d'ordine che è verificata per qualunque elementi appartenenti a un qualunque insieme.

Relazione di ordine parziale è una relazione d'ordine che è verificata per "alcuni" elementi appartenenti a un qualunque insieme

ESEMPIO



$R$  "E' DIVISORE DI"

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

ESEMPIO

1  $R$  1 "1 E' DIVISORE DI SE' STESSO"

2  $R$  2 "2 // // //"

3  $R$  3 "3 // // //"

4  $R$  4 "4 // // //"

RIFLESSIVA

$$\forall x \in A \Rightarrow x R x$$

$x=1; y=2$       $R = \text{"E' DIVISORE DI"}$   
 $\boxed{1 R 2 \Rightarrow 2 \cancel{R} 1}$      ANTISIMMETRICA

$x=1; y=3$   
 $\boxed{1 R 3 \Rightarrow 3 \cancel{R} 1}$      ANTISIMMETRICA

$x=1; y=4$   
 $\boxed{1 R 4 \Rightarrow 4 \cancel{R} 1}$      ANTISIMMETRICA

$$x=2 \quad y=3$$

$$2 \not R 3 \Rightarrow 3 \not R 2$$

NON È VERIFICATA  
NESSUNA  
PROPRIETÀ

$$x=2 \quad y=4$$

$$2 R 4 \Rightarrow 4 \not R 2$$

ANTISIMMETRICA

RELAZIONE D'ORDINE LARGO  
PARZIALE



ESERCIZIO 1  $A = \{36, 47, 74, 123\}$

$$R \subseteq A \times A = \{(36, 36), (47, 47), (47, 74), (74, 47), (123, 123)\}$$

1)  $\boxed{R}$  TIPOLOGIA  $R$  "HA LE STESSÉ CIFRE DI"

2) RIFLESSIVA O NO? PER ESEMPIO  $36, 47 \Rightarrow 36 \not\sim 47$  (36 NON HA LE STESSÉ CIFRE DI 47)

Non vale la proprietà riflessiva su tutto l'insieme A e quindi non è riflessiva.

## ESERCIZIO 2

$$A = \{2, 4, 8\}$$

$$R \subseteq A \times A = \{(2, 4), (4, 2), (2, 8), (4, 8), (8, 4)\}$$

$R$  è SIMMETRICA??

$$\forall x, y \in A \quad xRy \Rightarrow yRx$$

- $\sim$   $(2R4 \Rightarrow 4R2)$
- $\sim$   $(2R8 \Rightarrow 8R2)$  NO!!
- $\sim$   $(4R8 \Rightarrow 8R4)$

MA ANCHE LA COPPIA  
 $(8, 2)$   $R$  NON  
È SIMMETRICA