

LEZIONE 5

Funzione Periodica

$$f(x) = f(x + KT)$$

La funzione assume lo stesso valore sia in x , sia in $x + KT$

$x=0$ $f(x) = \sin x$

$$f(0) = \sin 0 = 0$$

$$f(0 + 1 \cdot \pi) = f(\pi) = \sin \pi = 0$$

$$f(0 + 2\pi) = f(2\pi) = \sin 2\pi = 0$$

$$K \in \mathbb{Z} \quad K = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

$$\boxed{T \quad \text{PERIODO}} \quad T \neq 0$$

Fattore numerico che compare in modo ripetuto

ESEMPIO

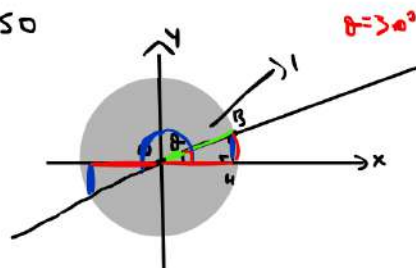
$$K = -1$$

$$f(0 - \pi) = f(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$$

$$f(0 - 2\pi) = f(-2\pi) = \sin(-2\pi) = 0$$

$$K = -2$$

RIPASSO



$$\theta = 30^\circ$$

$$\sin(30^\circ) = -\sin(30^\circ + 180^\circ)$$

$$\cos(30^\circ) = -\cos(30^\circ + 180^\circ)$$

$$\overline{BH} = \sin \theta$$

$$\overline{OH} = \cos \theta$$

$$\overline{OB} = 1$$

$$\overline{BH}^2 + \overline{OH}^2 = \overline{OB}^2$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$\sin 0^\circ = 0$	$\cos 0^\circ = 1$
$\sin 90^\circ = 1$	$\cos 90^\circ = 0$

$\sin 180^\circ = 0$	$\sin 270^\circ = -1$
$\cos 180^\circ = -1$	$\cos 270^\circ = 0$

Funzioni composte

$$z = g(x)$$

1^a LEGGE CON CUI ASSOCIO $\boxed{x}$ A $\boxed{z}$

$$y = f(z)$$

2^a LEGGE CON CUI ASSOCIO $\boxed{z}$ A $\boxed{y}$

$$g: X \rightarrow Z$$

$$x \in X \rightarrow z \in Z$$

$$f: Z \rightarrow Y$$

$$z \in Z \rightarrow y \in Y$$

La funzione composta mette insieme le due leggi f e g....MA COME?!?!?!?

$$y = f(z) \quad ; \quad z = g(x) \quad \rightarrow \text{LEGGI COMPOSTA}$$

$$\boxed{y = f(g(x))} \equiv \boxed{y = (f \circ g)(x)}$$

$\downarrow$
 FUNZ. INTERNA
 FUNZ. ESTERNA

$$\boxed{y = f(x)}$$

$f: Z \rightarrow Y$
 $g: X \rightarrow Z$

$$\boxed{(f \circ g): X \rightarrow Y}$$

$\downarrow$
 $h: X \rightarrow Y$

EXEMPLO 1 $y = \sqrt[3]{\sin x}$

$$y = f(g(x)) = \sqrt[3]{g(x)} = \sqrt[3]{\sin x}$$

$$z = g(x) = \sin x$$
$$y = f(z) = f(g(x)) = \sqrt[3]{z}$$

$$\boxed{z = \sin x}$$

ESEMPIO 2

$$y = \log [t_g(x^2+1)^3]$$

$$\begin{aligned} z &= f_1(x) = x^2 + 1 \\ t &= f_2(z) = (z)^3 = f_2(x) = (x^2 + 1)^3 \\ v &= f_3(t) = t_g t = f_3(x) = t_g (x^2 + 1)^3 \\ y &= f_4(v) = \log v = f_4(x) = \log t_g (x^2 + 1)^3 \end{aligned}$$

FUNZIONI CRESCENTI E DECRESCENTI

In senso stretto

Una funzione $y=f(x)$ si dice crescente in senso stretto o strettamente crescente in un certo intervallo I se:

$$\forall x_1, x_2 \in I, \quad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$

Per ogni x_1 e x_2 appartenenti all'intervallo I , con x_1 minore di x_2 segue che l'immagine di x_1 risulta minore dell'immagine di x_2



In senso lato

Una funzione $f(x)$ si dice crescente in senso lato in un certo intervallo I se:

$$\forall x_1, x_2 \in I \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

Per ogni x_1, x_2 appartenenti a un certo intervallo I , con x_1 minore di x_2 segue che l'immagine di x_1 risulti minore uguale all'immagine di x_2



Per quanto riguarda la decrescenza basta modificare il $<$ con il maggiore per quanto riguarda $f(x_1)$ e $f(x_2)$

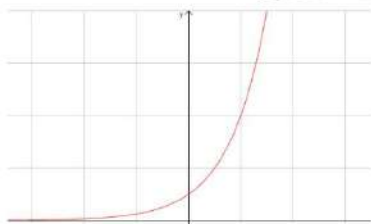
ESEMPI

$$y = a^x$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

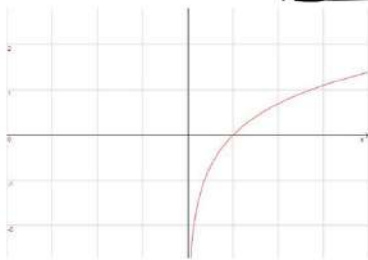
$$a) a > 1$$

$$b) 0 < a < 1$$



La funzione esponenziale è una funzione crescente in senso stretto in tutto l'insieme reale.

$$y = \log_e x \quad \left| \begin{array}{l} f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ a \mid a > 1 \\ b \mid 0 < a < 1 \end{array} \right.$$

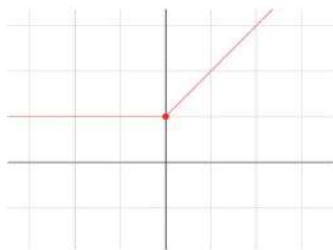


La funzione $\ln(x)$ risulta crescente in senso stretto in tutto l'insieme reale

$\Downarrow$
 LOGARITMO NATURALE
 $\boxed{\ln = \log_e x}$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$$

FUNZIONE
A BLOCCHI



La funzione come è in $\mathbb{R}$?

La funzione è crescente in senso lato in tutto $\mathbb{R}$

La funzione come è in $[0; +\infty[$

La funzione è crescente in senso stretto

La funzione come è in $] -\infty; 0]$

La funzione è costante