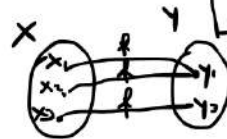


LEZIONE 5

Recap concetto di funzione

La funzione è definita come una relazione o "legge" che associa uno o più elementi di un insieme di partenza (dominio) ad uno e un solo elemento dell'insieme di arrivo (codominio).

$$f: X \longrightarrow Y$$



$$X, Y \subseteq \mathbb{R}$$

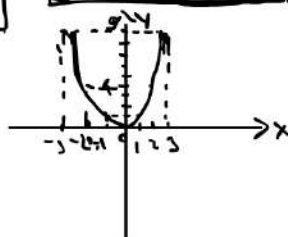
$$\forall x \in X \exists! y \mid y = f(x)$$

Per ogni elemento x appartenente all'insieme X esiste un'unica y tale che y risulti "funzione di x ", ovvero gli elementi di x sono legati a quelli di y attraverso una legge.

ESEMPI

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y = f(x) = x^2$$



Questa funzione rappresenta sul piano cartesiano una parabola con vertice nell'origine e con concavità verso l'alto.

$$y = Ax^2 + Bx + C$$

$$A, B, C \in \mathbb{R}$$

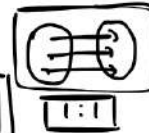
x	y
1	1
2	4
3	9
-1	1
-2	4
-3	9

$$\begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} \quad 2:1!!!$$

FUNZIONE INIETTIVA

Una funzione si dice iniettiva quando ad uno ed un solo elemento del dominio corrisponde uno e un solo elemento del codominio.

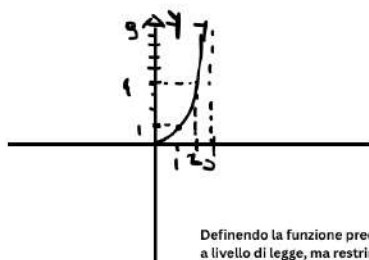


$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 \neq x_2 \Rightarrow \exists! y_1, y_2 \mid y_1 \neq y_2 [f(x_1) \neq f(x_2)]$$

Per ogni x_1 e x_2 appartenenti all'insieme dei numeri reali, con x_1 diverso da x_2 devono esistere uniche una y_1 e una y_2 tali che queste y_1, y_2 risultino diverse fra di loro. Cioè a uno ed un solo elemento del dominio deve corrispondere uno ed un solo elemento del codominio.

ESEMPIO

$$y = f(x) = x^2 \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \underline{\underline{\text{È NON INIETTIVA}}}$$



Definendo la funzione precedente come quella di prima a livello di legge, ma restringendomi dal dominio reale a quello reale positivo la funzione diviene iniettiva.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y = f(x) = x^2$$



FUNZIONE SURIETTIVA

Insieme delle immagini

L'insieme delle immagini è quell'insieme costituito da tutti gli elementi del codominio che sono correlati agli elementi del dominio.

$$I = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x)\} \quad \boxed{I \subset \mathbb{R}}$$

L'insieme delle immagini è un sottoinsieme del codominio

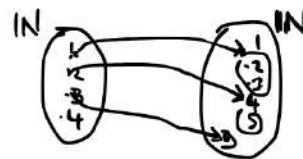
ESEMPIO

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$f(n) = n^2$$

$$\boxed{I = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}}$$

$$\boxed{I \subset \mathbb{N}}$$



Generalmente l'insieme delle immagini è un sottoinsieme del codominio.

Una funzione si dice suriettiva nel momento in cui
l'insieme delle immagini coincide con tutto il
codominio.

$$I = \text{Cod}$$

$$I = \mathbb{N}$$

ESEMPIO

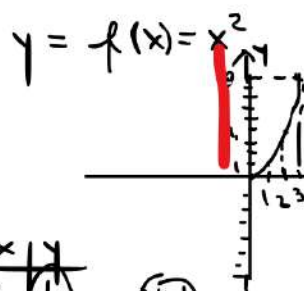
$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$f(m) = m^2$

$\text{Cod} = \mathbb{N}$

$I \subset \mathbb{N}!!!$

f NON è SURIETTIVA



$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

INIETTIVA SI!!!

SURIETTIVA? NO

$$I \subseteq \mathbb{R}$$

x	y
1	1
2	4
3	9

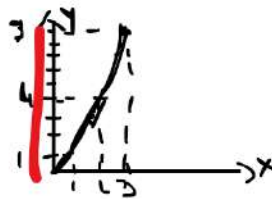
($\mathbb{R}^+$)

In questo caso l'insieme delle immagini è un sottoinsieme dell'insieme dei numeri reali.

La posso rendere suriettiva?

Restringendomi al codominio reale positivo rispetto a quello reale, allora a quel punto succede che l'insieme delle immagini coincide perfettamente con il codominio.

$$I = \mathbb{R}^+$$



$$y = f(x) = x^2$$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

INIETTIVA
1:1
SURIETTIVA
 $I = \mathbb{R}^+$

Se la funzione risulta essere sia iniettiva che suriettiva allora si dirà che la funzione è BIETTIVA o BIUNIVOCA.

$$y = f(x) = x^2 \quad f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \quad \underline{\text{BIETTIVA}}$$

Tutte le funzioni biettive o biunivoche hanno la proprietà di poter essere "INVERTITE".

Che cosa vuol dire funzione inversa?!?!?

FUNZIONE INVERSA

La funzione inversa è quella funzione che rispetto alla funzione di partenza inverte i ruoli del dominio e codominio fra di loro.

$$\boxed{\begin{array}{ccc} f^{-1}: Y \longrightarrow X & \Longleftarrow & f: X \longrightarrow Y \\ \text{FUNZIONE INVERSA} & & \text{FUNZ DI PART.} \end{array}}$$

$$\boxed{x = f^{-1}(y)}$$

A ogni funzione di partenza si può far corrispondere un'unica funzione inversa e viceversa.

$$\boxed{y = f(x)}$$

LA FUNZIONE INVERSA, SE ESISTE, ESISTE UNICA.

$$\boxed{\exists! f^{-1}: f^{-1}(y) = x}$$

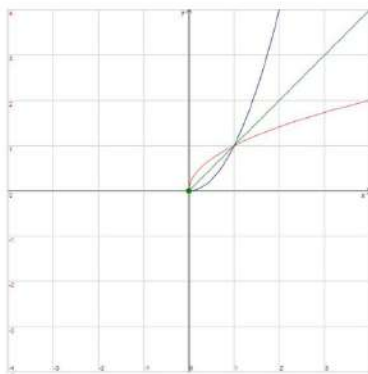
$$| y = f(x) = x^2 \quad f: \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}^+ |$$

Questa funzione risulta biettiva, per cui posso invertirla.

E CHI E' L'INVERSA?!!!

$$x^2 = y \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{y}}$$

x, y SONO
VARIABILI
MUTE



$$y = x^2$$

FUNZ.
DI PARTENZA

$$y = \sqrt{x}$$

FUNZ.
INVERSA CORRISPOND.

Una funzione f e la sua inversa sono simmetriche rispetto alla bisettrice del primo quadrante ($y=x$).