

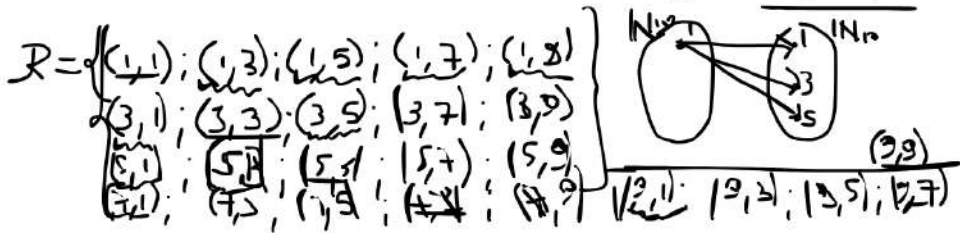
LEZIONE 7
Recap sulle relazioni

$$R = \{(x, y) \mid x \cdot y = 2m + 1\}$$

$$n \in \mathbb{N}_{10}$$

$$\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$R \subset \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10}$$



$$\boxed{\forall x \in A \Rightarrow xRx}$$

R NON È RIFLESSIVA

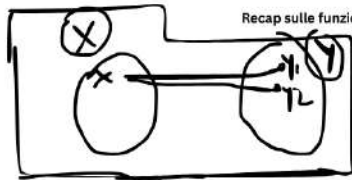
$$\boxed{\forall x, y \in A, xRy \Rightarrow yRx}$$

R È SIMMETRICA

$$\boxed{\forall x, y, z \in A; xRy, yRz \Rightarrow xRz}$$

R È TRANSITIVA

Recap sulle funzioni

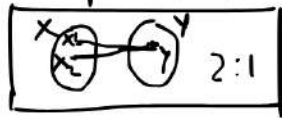


È FUNZIONE? NO!!!

LEGGI
DELLA FUNZIONE

$$\forall x \in X \exists ! y \in Y \mid x R y \Rightarrow y = f(x)$$

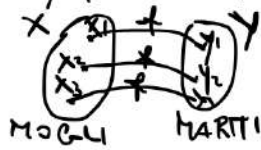
X DOMINIO
Y CODOMINIO



È FUNZIONE?
SI!!!

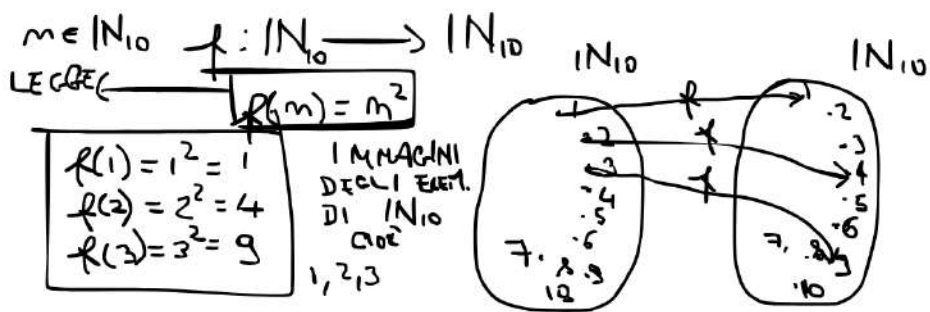
INIETTIVA

$$\forall x_1, x_2 \in X, x_1 \neq x_2 \exists! y_1, y_2, y_1 \neq y_2 \mid \begin{matrix} y_1 = f(x_1) \\ y_2 = f(x_2) \end{matrix}$$



1:1

" OGNI DONNA "
 " DEVE AVERE "
 " IL SUO MARITO "



f È INIETTIVA

$f: X \rightarrow Y$
 f SURIETTIVA \Leftrightarrow $Y = \text{Im } f$

INSIEME DELLE IMMAGINI DI f

NELL' ESEMPIO DI PRIMA

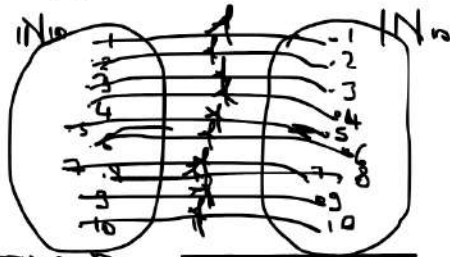
$\text{Im } f = \{f(1), f(2), f(3)\} = \{1, 4, 9\}$ $\text{Im } f \subset \mathbb{N}_{10}$
 f NON È SURIETTIVA

In questo caso l'insieme delle immagini non coincide con tutto il codominio (tutti i numeri naturali da 1 a 10), ma ne è un suo sottoinsieme.

$$f(m) = m$$

- ~~$f(1) = 1$~~
- ~~$f(2) = 2$~~
- ~~$f(3) = 3$~~
- ~~$f(4) = 4$~~
- ~~$f(5) = 5$~~
- ~~$f(6) = 6$~~
- ~~$f(7) = 7$~~
- ~~$f(8) = 8$~~
- ~~$f(9) = 9$~~ ; $f(10) = 10$

$$f: \mathbb{N}_{10} \rightarrow \mathbb{N}_{10}$$



INiettiva
Suriettiva

BIiettiva o
BIunivoca

Funzione inversa di una funzione di partenza

La funzione inversa di una funzione di partenza, rispetto alla funzione di partenza, ha come dominio quello che era il codominio della funzione di partenza e ha come codominio quello che era il dominio della funzione di partenza.

Inoltre esiste UNICA!!!! (cioè ogni funzione ha la sua inversa)

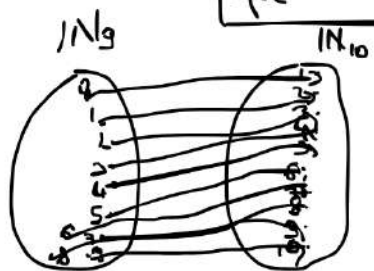


POSSONO ESSERE INVERTITE SOLO ED ESCLUSIVAMENTE LE FUNZIONI BIETTIVE!!!

ESEMPIO

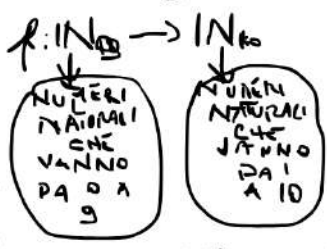
$$f(m) = m + 1$$

$$\mathbb{N}_9 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$



INiettiva + suriettiva = biiettiva

- $f(0) = 1$
- $f(1) = 2$
- $f(2) = 3$
- $f(3) = 4$
- $f(4) = 5$
- $f(5) = 6$
- $f(6) = 7$



- $f(7) = 8$
- $f(8) = 9$
- $f(9) = 10$

$$y = f(m) = m + 1 \quad ; \quad y = m + 1$$

Costruire l'inversa significa non esprimere gli elementi y in funzione di n ,
ma il contrario, ovvero gli elementi n in funzione di y .

FUNZIONE
INVERSA
di $f(m) = m + 1$

$$-m = -y + 1 \Rightarrow (-1)[-m] = (-1)[-y + 1] \Rightarrow m = y - 1$$

$$m = f^{-1}(y)$$

CONTRIMMAGINI
Ovvero le immagini di f^{-1} ,
cioè della funzione inversa



$x \in \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$
TUTTI
NUMERI CHE
VA DA 0 A ...
TUTTI
NUMERI CHE
VA DA 1 A ...

ESERCIZIO

$f(x) = x^2 + 1$ **LEGGE**

$f : \rightarrow Y$

$Y = \{2, 5, 10\}$

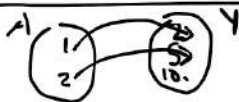
SURRIETTIVA!!!

$A = \{1, 2\}$

$f(1) = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

$f(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

No!!!

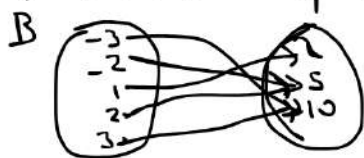


INIETTIVA
NON SURRIETTIVA

- A = {1, 2}
- B = {-3, -2, 1, 2, 3}
- C = {-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3}
- D = {-3, -2, -1}

$$B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$$

$$Y = \{2, 5, 10\}$$



$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10 \\ f(-2) &= (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \\ f(1) &= (1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2 \\ f(2) &= 2^2 + 1 = 5 \\ f(3) &= 3^2 + 1 = 10 \end{aligned}$$

SURJETTNA

NON INIETTNA

OK!!!

f NON INVERTIBILE

$$C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$f(-3) = f(3) = 9 + 1 = 10$$

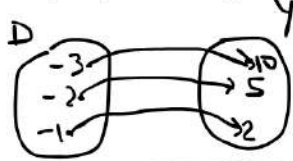
$$f(-2) = f(2) = 4 + 1 = 5$$

$$f(-1) = f(1) = 1 + 1 = 2$$

$$\cancel{A} \quad f(0) = 0^2 + 1 = 1 \notin Y$$

No !!!

$$D = \{-3, -2, -1\}$$



$$f^{-1}(y) = \sqrt{y-1}$$

$$\begin{aligned} f(-3) &= 10 \\ f(-2) &= 5 \\ f(-1) &= 2 \end{aligned}$$

$$f: D \rightarrow Y$$

$$y = f(x) = x^2 + 1$$

SURIETTIVA
INIETTIVA

$$y = x^2 + 1$$

$$-x^2 = -y + 1$$

$$x^2 = y - 1$$

$$x = \sqrt{y-1}$$

INVERTIBILE