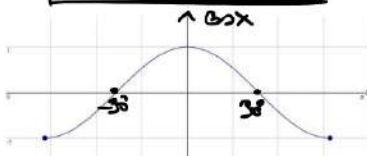


LEZIONE 7
Funzioni pari e dispari

Una funzione si dice pari quando si verifica questa condizione:

$$f(x) = f(-x)$$



ESEMPIO

$$y = f(x) = \cos x$$

$$f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$$



SIMMETRICA

Il grafico di una funzione pari è simmetrico rispetto l'asse delle y

$$\cos(30^\circ) = \cos(-30^\circ) = 0$$

Una funzione si dice dispari se vale la seguente condizione:

$$f(x) = -f(-x)$$

$$f(x) = \sin x$$



$$\sin 45^\circ = -\sin(-45^\circ)$$



$$-90^\circ = -270^\circ$$

ANTISIMMETRICA

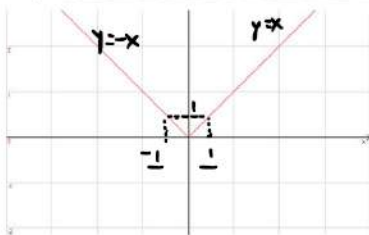
$$f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$$



Il grafico risulta antisimmetrico rispetto all'asse y

$$\sin(90^\circ) = -\sin(-90^\circ) = 1$$

$$y = f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$



Questo è un esempio di funzione pari, in quanto il grafico è simmetrico rispetto l'asse delle y

$$|1| = |-1| = 1 \Rightarrow |x| \text{ Non INIETTIVA}$$

$$\forall x_1, x_2, x_1 \neq x_2 \exists y_1, y_2 \in \mathbb{R}^+ \mid \begin{matrix} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_1 \end{matrix} \quad y_1 \neq y_2$$



ESEMPI

INTERA

RAZIONALE

Algebraica razionale intera (NO DENOMINATORE e NO RADICE)

IL DENOMINATORE DEVE OVVIAMENTE DIPENDERE DA x!!!!

2

$$y = x^2 + x$$

Algebraica razionale fratta (SI DENOMINATORE e NO RADICE)

$$y = \frac{x}{2-x}$$

3

Algebraica irrazionale intera (NO DENOMINATORE e SI RADICE)

$$y = \sqrt{x^2 - 2x}$$

4

Algebraica irrazionale fratta (SI DENOMINATORE E SI RADICE)

$$y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{2-x}$$

Calcolo del dominio di una funzione reale di variabile reale

Equivale a determinare l'insieme di definizione della funzione, ovvero dove essa ha senso!!!

Algebra Razionale Intera

$$y = x + x^2$$

$$\boxed{\text{Dom} f = \mathbb{R}}$$

Tutte le funzioni algebriche razionali intere hanno come dominio tutto l'insieme dei numeri reali.

$$\begin{array}{l} y = x^3 + 5x \\ \hline y = x^{100} - x^{23} \end{array}$$

Algebra razionale fratta

$$y = f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x - 4}$$

DENOMINATORE $\neq 0$

$$x \neq 4 \vee x \neq -1$$

$$x^2 + 3x - 4 \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(1)(-4) = 9 + 16 = 25$$

$$x_1, x_2 = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow \frac{-3+5}{2} = \frac{x_1}{x_1} = 1$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\} =]-\infty; -1[\cup]-1; 4[\cup]4; +\infty[\rightarrow \frac{-3-5}{2} = -\frac{x_2}{x_1} = -4$$

Algebra irrazionale intera

$$y = \sqrt[m]{f(x)}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

m PARI

$$y = \sqrt[m]{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{Dom } f \text{ RADICANDO } \geq 0$$

m DISPARI

$$y = \sqrt[m]{x^2 - 5x + 6}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$$\sqrt{-4} = ? ! ? \quad \text{A}$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\sqrt[3]{-8} = (-2)$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \begin{cases} \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 3$$

$$\boxed{x \leq 2 \vee x \geq 3} \quad \boxed{\text{Domain} =]-\infty; 2] \cup [3; +\infty[}$$

$>$
externe
 $<$
interne