

LEZIONE 9

Continuo sulle relazioni

Le relazioni si dividono in due grandi famiglie: Relazioni d'ordine e Relazioni di equivalenza.

Relazioni d'ordine

A loro volta le relazioni d'ordine si dividono in due categorie: relazioni di ordine largo, relazioni di ordine stretto e relazioni di ordine totale e parziale.

Relazioni di ordine largo

Una relazione si dice di ordine largo se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- proprietà riflessiva
- proprietà antisimmetrica
- proprietà transitiva

ESEMPIO

$$\leq ; \geq$$

⊆

1) PROPR. RIFLESSIVA $\forall x \in A \Rightarrow x R x$ |,!! OK!!!
 $2 \leq 2$ 2 È MINORE O UGUALE A 2...
SI

2) PROPR. ANTISIMMETRICA $\forall x, y \in A, x R y \Rightarrow y R x$
 $2 \leq 3$ OK!!! $\Rightarrow 3 \not\leq 2$!!! OK!!!

3) PROPR. TRANSITIVA $\forall x, y, z \in A, x R y, y R z \Rightarrow x R z$
 $2 \leq 3, 3 \leq 4$ OK!!! $\Rightarrow 2 \leq 4$ OK!!!

Relazioni di ordine stretto

Una relazione si dice di ordine stretto se sono soddisfatte le seguenti proprietà:

- antiriflessiva
- antisimmetrica
- transitiva

ESEMPIO

$< i >$

- <
- 1) PROPR. ANTIRIFLESSIVA $\boxed{\forall x \in A \Rightarrow x \not R x}$
 $2 < 2$??? NO $2 \not< 2$ OK!!!
- 2) ANTISIMMETRIA $\boxed{\forall x, y \in A \ x R y \Rightarrow y \not R x}$
 $2 < 3 \Rightarrow 3 \not< 2$ OK!!!
- 3) TRANSITIVA $\boxed{\forall x, y, z \in A \ x R y \wedge y R z \Rightarrow x R z}$
 $2 < 3 \wedge 3 < 4 \Rightarrow 2 < 4$ OK!!!

Ordine totale e parziale

Totale nel caso in cui la relazione valga per qualunque elementi dell'insieme considerato
Parziale nel caso in cui la relazione valga solo per alcuni (e non tutti gli elementi) dell'insieme considerato

ESEMPI

$R = \text{"È FRATELLO DI"}$

$R = \text{"È FIGLIO DI"}$

$R = \text{"x È IL QUADRATO DI y"}$

NON È UNA RELAZ. D'ORDINE

NON È UNA RELAZ. D'ORDINE

(NON VALE)
PROPR. ANTISIMM.

(NON VALE)
PROPR. TRANSITIVA

R "x È IL QUADRATO DI y"
 $x = y^2$ \neg x È IL QUADRATO DI y
y NON È IL QUADRATO DI x

$$\boxed{x = y^2 \Rightarrow y \neq x^2}$$

\neg $x = y^2 \wedge y = z^2 \Rightarrow x \neq z^2$ NON
TRANSITIVA

$x = z^4$ ASSURDO!!

NON È UNA
RELAZ. D'ORDINE!!!

\mathcal{R} "x DIVISORE DI y"

RIFLESSIVA OK X DIVISORE DI X

X DIVISORE DI y \Rightarrow y NON DIVISORE DI X

2 DIVISORE DI 4 \Rightarrow 4 NON È DIVISORE DI 2
ANTISIMMETRICA

2 DIV. DI 4 \wedge 4 DIV. DI 8 \Rightarrow 2 DIV. DI 8

TRANSITIVA REC. D'ORDINE LA RCO

R "x DIVISORE DI y"
REL. D'ORDINE ~~LAURO~~ PARZIALE

A = {1, 2, 3, 4}

2 NON È DIVISORE DI 3 \Rightarrow 3 NON È DIVISORE 2

Impossibilità di confronto in questo caso, dunque questa relazione d'ordine è parziale perché vale solamente in alcuni casi, rispetto l'insieme A, o qualunque altro insieme e non tutti.