LEZIONE 18

Proprietà delle potenze in N

$\boxed{a, b \in \mathbb{N}}$

a BASE

b ESPONENTE

$$a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b \text{ VOLTE}}$$

---

1) $\boxed{a^0 = 1}$ se $a \neq 0$

$\boxed{0^0}$ se $a = 0$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{FORMA INDETERMINATA}}$

2) $\boxed{a^b \cdot a^c = a^{b+c}}$

$$a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b \text{ VOLTE}} \qquad a^c = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{c \text{ VOLTE}}$$

$$a^b \cdot a^c = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b \text{ VOLTE}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{c \text{ VOLTE}}$$

$\boxed{b + c \text{ VOLTE}}$

ES.

$$2^3 \cdot 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ VOLTE}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ VOLTE}} = 2^8 = 2^{3+5}$$

Nella moltiplicazione fra potenze con la stessa base gli esponenti si sommano.

3) $a^b : a^c = a^{b-c}$ $\qquad b, c \in \mathbb{N}$ $\quad \boxed{b > c}$

$$\frac{a^b}{a^c} = \frac{\underbrace{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\ldots\cdot\cancel{a}\cdot\ldots\cdot a}_{b \text{ volte}}}{\underbrace{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\ldots\cdot\cancel{a}}_{c \text{ volte}}} = a^{b-c}$$

Nella divisione fra potenze con la stessa base gli esponenti si sottraggono.

ES $\quad \dfrac{a^8}{a^5} = \dfrac{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot a\cdot a\cdot a}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}} = a^3 = a^{8-5}$

4) $(a^{b})^{c} = a^{b \cdot c}$

$$a^{b} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{b \text{ VOLTE}}$$

Nella potenza di potenza gli esponenti si moltiplicano.

$$(a^{b})^{c} = \underbrace{\underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots\ a)}_{b} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{b} \ldots \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{b}}_{c}$$

$b \times c$ VOLTE

ES. $(2^{3})^{3} = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{9} = 2^{3 \cdot 3}$

5) $a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$

$a^c = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots a}_{\text{C VOLTE}}$ e $b^c = \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots b}_{\text{C VOLTE}}$

$a^c \cdot b^c = \underbrace{a \cdot a \ldots a}_{\text{C VOLTE}} \cdot \underbrace{b \cdot b \ldots b}_{\text{C VOLTE}} = (a \cdot b)^c$

ES. $2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$

$\underline{8 \cdot 27 = 216}$

In un prodotto fra potenze con basi diverso e con lo stesso esponente, si ha che quest'ultimo è anche uguale al prodotto delle due basi, elevato allo stesso esponente.

6) $a^c : b^c = (a : b)^c$

$$\frac{a^c}{b^c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^c$$

ES. $4^4 : 2^4$

$$\frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{2} = \left(\frac{4}{2}\right)^4 = 2^4 = 16$$

$256 : 16 = 16$

Nella divisone fra potenze di basi diversa ciascuna elevata allo stesso esponente il risultato è dato dalla divisione delle due basi tutta elevata a quello stesso esponente.

$K \in \mathbb{N}$

Notazione posizionale decimale

Lavorare col sistema decimale significa lavorare con dieci cifre.

$\boxed{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}$

$\boxed{n = c_k c_{k-1} \ldots \ldots c_3 c_1 c_0}$

CENTINAIA DECINE UNITÀ

10^2 10^1 10^0

A ogni ben determinata cifra di un numero corrisponde una potenza di 10 a seconda della sua posizione.

$$\boxed{n = c_k \cdot 10^k + c_{k-1} \cdot 10^{k-1} \ldots \ldots c_3 \cdot 10^3 + c_2 \cdot 10^2 \cdot \cancel{c_1} \cdot 10 \cdot c_0 \cdot 10^0}$$

Scomposizione dei numeri decimali

E: $n = 1234$

$c_0 = 4;\ c_1 = 3,\ c_2 = 2\ c_3 = 1$

$$\boxed{n = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 1000 + 200 + 30 + 4}$$