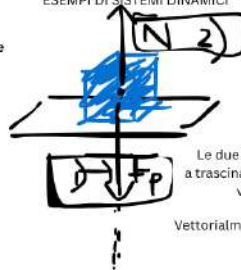


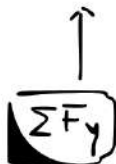
LEZIONE 9  
ESEMPI DI SISTEMI DINAMICI

Punto materiale su piano orizzontale



Le due forze in gioco sono: 1) la forza peso esercitata dalla terra, che tende a trascinare il corpo verso il centro di sé stessa (nucleo terrestre), 2) la reazione vincolare (forza normale) che il pavimento esercita sulla cassa.

Vettorialmente le due forze agiscono lungo la direzione y in versi opposti



somma vettoriale di tutte le forze in gioco lungo l'asse delle y



a) CASSA IN QUIETE

$$\Sigma F_y = N - F_p$$

$$\boxed{F = m \cdot a} \Rightarrow \boxed{\Sigma F_y = m a_y}$$

2° principio della dinamica

$$\boxed{\Sigma F_y = N - P}$$

$$\boxed{N - P = m a_y}$$

IN QUIETE  $a_y = 0 \Rightarrow \boxed{N - P = 0}$

In un corpo in quiete su un piano orizzontale la forza peso è sempre uguale alla forza normale.

$$\boxed{N = P}$$

$$\boxed{N = m g}$$

$$\boxed{P = m g}$$



In questo caso forza di attrito dinamico perché il corpo è in movimento.

$$a_y = 0 \quad \sum F_y = N - P \Rightarrow \sum F_y = m a_y = N - P \Rightarrow N - P = 0$$

$$N = P \Rightarrow \boxed{N = mg}$$

$$\sum F_x = F - F_f \Rightarrow \sum F_x = m a_x = F - \mu_d N$$

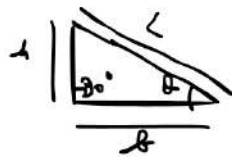
$$\boxed{F_f = \mu_d \cdot N}$$

$$m a_x = F - \mu_d N = F - \mu_d m g$$

$$m a_x = F - \mu_d m g$$

$$\boxed{a_x = \frac{F - \mu_d m g}{m} = \frac{F}{m} - \frac{\mu_d m g}{m} = \frac{F}{m} - \mu_d g}$$

Piano inclinato

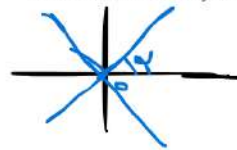


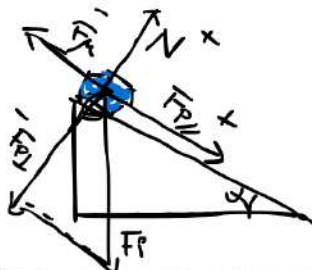
$L$  è la lunghezza del piano ed è l'ipotenusa di questo triangolo rettangolo  
 $h$  è l'altezza del piano,  $b$  è la base del piano.

$\theta$  è l'angolo di inclinazione del piano.

Il sistema di riferimento  $xOy$  è ruotato di un angolo  $\alpha$

$$h = L \sin \theta \Rightarrow \frac{h}{L} = \sin \theta$$





$$\Sigma \bar{F}_\perp = N - \bar{F}_{p\perp}$$

$$F_{p\parallel} = F_p \sin \theta$$

$$\bar{F}_{p\parallel}$$

Componente della forza peso parallela al piano inclinato

$$F_{p\perp}$$

Componente della forza peso perpendicolare al piano inclinato

$$\Sigma F_{\parallel} = \bar{F}_{p\parallel} - F_{\mu}$$

$$F_{p\perp} = F_p \cos \theta$$



|

$$\Sigma F_{\perp} = N - F_{\perp} = N - F_p \cos \theta = N - mg \cos \theta$$

Se c'è quiete lungo la perpendicolare.

$$\Rightarrow \Sigma F_{\perp} = 0 \Rightarrow N - mg \cos \theta = 0$$

$$\boxed{N = mg \cos \theta}$$

$$\Sigma F_{\parallel} = F_{p\parallel} - F_{\mu} = F_p \sin \theta - \mu_d N = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta$$

$$\boxed{\Sigma F_{\parallel} = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta}$$

$$\Sigma F_{//} = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta$$

QUIETE  
 $\Sigma F_{//} = 0$

ATTITO  
 STATICO

$$\cancel{mg \sin \theta - \mu_s mg \cos \theta = 0}$$

$$\sin \theta - \mu_s \cos \theta = 0$$

$$-\mu_s \cos \theta = -\sin \theta$$

$$\mu_s = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

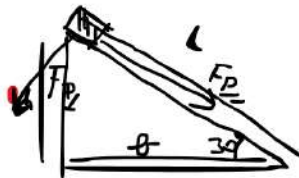
IN MOVIMENTO  
 $\Sigma F_{//} = ma_{//}$

$$\cancel{ma_{//} = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta}$$

$$a_{//} = g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

Accelerazione di un corpo su piano inclinato in presenza di attrito

$$a_{//} = g \sin \theta - \mu_d g \cos \theta$$



$$h = L \sin \theta$$

$$\frac{h}{L} = \sin \theta$$

$$h = L \cos \theta$$

$$L = 10 \text{ m}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$m = 1 \text{ Kg}$$

$$F_{PL} = ?$$

$$F_{P\parallel} = ?$$

$$a = ?$$

$$t = ?$$

$$v_a = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = ?$$

$$F_{P\parallel} = mg \sin \theta \quad F_{PL} = mg \cos \theta$$

$$F_{P\parallel} = mg \frac{h}{L} \quad F_{PL} = mg \frac{b}{L}$$

$$F_{P\parallel} = 1 \text{ Kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{5}{10} = 4.9 \text{ N}$$

$$b = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8.66 \text{ m}$$

$$F_{PL} = 1 \text{ Kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{8.66}{10} = 8.49 \text{ N} \approx 8.5 \text{ N}$$

$$\Sigma F_{//} = F_{P//}$$

$$m/a_{//} = m/g \sin \alpha \Rightarrow a_{//} = g \sin \alpha = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} = 4.9 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{//} = 4.9 \frac{m}{s^2}$$

$$L = L_0 + \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a_{//} t^2$$

$$L = \frac{1}{2} g \sin \alpha t^2$$

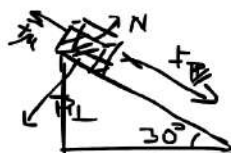
$$t^2 = \frac{2L}{g \sin \alpha}$$

$$L = \frac{1}{2} a_{//} t^2 = \frac{1}{2} g \sin \alpha t^2$$

$$t = 2s$$

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cancel{m}}{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2}}} = 2.02s$$

$$\begin{aligned}
 s_{//} &= \cancel{s_0} + a_{//} t \Rightarrow s_{//} = a_{//} t = g \sin \alpha \cdot t \\
 s_{//} &= 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{s} = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 \boxed{a_{//} &= 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}
 \end{aligned}$$

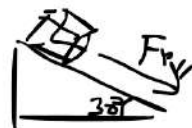


$$\mu_s = \tan 30^\circ = 0,57$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\mu_s = 0,57$$

$\mu < \mu_s \Rightarrow$  LA  
 CASSA  
 INIZIA  
 A SCENDERE



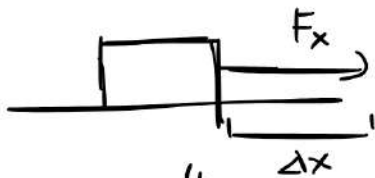
$$\boxed{F_{\mu} = 0}$$

$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ kg} \\ \theta &= 30^\circ \\ \text{initial } v_0 &= 0 \text{ m/s} \\ t &= 4 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\Sigma F_{\parallel} = m g \sin \theta$$

$$\cancel{m} a_{\parallel} = \cancel{m} g \sin \theta \Rightarrow a_{\parallel} = g \sin 30^\circ = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$a_{\parallel} = 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad v_{\parallel} = \cancel{v_0} + a_{\parallel} t = \left( 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 4 = 19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$N = kg \cdot \frac{m}{s}$$

$$F = 40N$$

$$m = 10Kg$$

$$x - x_0 = \Delta x = ?$$

$$v_{0x} = 0 \frac{m}{s}$$

$$t = 5s$$

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{40N}{10kg} = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$x = x_0 + \cancel{v_{0x} \cdot t} + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (5s)^2 = 50m$$