

LEZIONE 12

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{5}x^2y - \left(\frac{1}{3}x^2y^3\right) + \left(-\frac{3}{2}x^2y^3\right) - 9\frac{1}{3}x^2y + \left(-\frac{1}{6}x^2y^3\right) - \left(\frac{5}{6}x^2y\right) - \frac{1}{2}x^2y^3 \\
 &= \frac{1}{5}x^2y - \frac{1}{3}x^2y^3 - \frac{3}{2}x^2y^3 - \left(\frac{3-9}{3}\right)x^2y - \frac{1}{6}x^2y^3 + \frac{5}{6}x^2y - \frac{1}{2}x^2y^3 = \\
 &= \frac{1}{5}x^2y - \frac{1}{3}x^2y^3 - \frac{3}{2}x^2y^3 - \frac{1}{3}x^2y - \frac{1}{6}x^2y^3 + \frac{5}{6}x^2y - \frac{1}{2}x^2y^3 = \\
 &= \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right)x^2y + \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right)x^2y^3 = \\
 &= \left(\frac{6-10+25}{30}\right)x^2y + \left(\frac{-2-9-1-3}{6}\right)x^2y^3 = \\
 &= \frac{21}{30}x^2y + \left(-\frac{15}{6}\right)x^2y^3 = \boxed{\frac{7}{10}x^2y - \frac{5}{2}x^2y^3}
 \end{aligned}$$

POLINOMI

Un polinomio è definito come la somma algebrica fra 2 o più monomi non simili

$$\underline{a} + \underline{b} \quad \text{POLINOMIO (BI-NOMIO)}$$

$$\underline{a} + \underline{b} + \underline{c} \quad \text{TRI-NOMIO}$$

$$a^2b + 3a^3 + \frac{1}{3}ac$$

$$a^2b + 3x^3y + w^3$$

GRADO DI UN POLINOMIO

Il grado di un polinomio può essere:
Complessivo o relativo ad una lettera o uno dei suoi monomi.

Grado complessivo

Il grado complessivo di un polinomio è determinato dal grado più alto di uno dei suoi monomi.

ES

$$x^2y + 3x^3y^2 + 5x^4y^5$$

GRADO COMPLESSIVO = 9

Grado relativo rispetto a una lettera

Il grado relativo rispetto a una lettera è definito come il grado più alta di una delle lettere presenti

$$\begin{aligned}\text{GRADO } x &= 4 \\ \text{GRADO } y &= 5\end{aligned}$$

$$x^8 + x^2y^7$$

GRADO RELATIVO = 9
GRADO $x = 8$
GRADO $y = 7$

GRADO 9

CARATTERISTICHE DEI POLINOMI

I polinomi possono essere di 4 tipologie:

- 1) ordinati;
- 2) completi;
- 3) omogenei;
- 4) simmetrici

Polinomio ordinato

Il polinomio deve contenere la somma dei monomi non simili in modo tale che il grado vada dal più grande al più piccolo.

ES. $\boxed{x^3 + x^2 + 1}$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 GRADO $\downarrow$ GRADO $\downarrow$ GRADO
 3 2 0

Polinomio completo

Il polinomio deve contenere tutti i gradi dal più grande al più piccolo.

ES $\boxed{x^3 + x^2 + x + 1}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 GRADO GRADO GRADO GRADO
 $3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$
 E' ANCHE ORDINATO

E ANCHE ORDINATO

$$x^2y^3 + x^3y^2 + x^4y + 2$$

RISPETTO A X

NON È ORDINATO
(PARTITI DAL GRADO PIÙ BASSO)

NON È COMPLETO
(MANCA IL 1° GRADO)

RISPETTO A Y

È ORDINATO
(PARTE DAL GRADO PIÙ ALTO FINO AL PIÙ BASSO)

COMPLETO
(CI SONO TUTTI I GRADI DAL 3° IN GIÙ)

Polinomio Omogeneo

Un polinomio si dice omogeneo quando tutti i suoi monomi hanno lo stesso grado.

E S.

$$\begin{array}{c} x^2 + x^1y^1 + y^2 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{GRADO 2} \quad \text{GRADO 2} \quad \text{GRADO 2} \end{array}$$

$$x^2 + xy + y^2$$

ORDINATO
RISPETTO A x
COMPLETO
RISPETTO A
OMOGENEO

RISPETTO A y È
SOLO OMOGENEO È COMPLETO

Polinomio simmetrico

Un polinomio simmetrico se scambiando due o più delle lettere (fra di loro) presenti in tutti i suoi monomi, il polinomio rimane lo stesso!!!

E S.

$$\begin{array}{c} \boxed{x^2} + \boxed{xy} + \boxed{y^2} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \boxed{y^2} + \boxed{yx} + \boxed{x^2} \end{array}$$

scambio

$$x \rightarrow y$$

OPERAZIONI CON I POLINOMI

Somma algebrica

La somma algebrica fra polinomi equivale a sommare monomi simili fra di loro, lasciando non sommati quelli che non sono simili.

$$\begin{aligned}
 \text{Es. } & (2ab + 3a^2) + (4a^2 - \frac{1}{3}ab) + (2ab - \frac{1}{3}a^2) = \\
 & = \underbrace{2ab}_{2ab} + \underbrace{3a^2 + 4a^2}_{7a^2} - \underbrace{\frac{1}{3}ab}_{\frac{1}{3}ab} + \underbrace{2ab}_{2ab} - \underbrace{\frac{1}{3}a^2}_{\frac{1}{3}a^2} = \\
 & = (2 - \frac{1}{3} + 2)ab + (3 + 4 - \frac{1}{3})a^2 = \\
 & = (\frac{6-1+6}{3})ab + (\frac{3+12-1}{3})a^2 = \boxed{\frac{11}{3}ab + \frac{20}{3}a^2}
 \end{aligned}$$

Prodotto fra polinomi

Per effettuare il prodotto fra polinomi è necessario applicare la proprietà distributiva.

Ci sono due tipologie di prodotto;

- 1) monomio x polinomio;
- 2) polinomio x polinomio;

1) ES. $2a^2 \cdot (4b^3c + 5w^4) =$

$$= (2a^2 \cdot 4b^3c) + (2a^2 \cdot 5w^4) =$$
$$= \underline{8a^2b^3c + 10a^2w^4}$$

ES. PROP. DISTRIBUTIVA

$$2 \cdot (3 + 5)$$
$$\begin{array}{l} 2 \cdot 8 = \\ = 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = \\ = 6 + 10 = 16 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 2) \text{ ES. } & \underline{(2a + b)} \cdot \underline{(3a^2 - 2b^3)} = \\
 & = (2a \cdot 3a^2) + [2a \cdot (-2b^3)] + (b \cdot 3a^2) + [b \cdot (-2b^3)] = \\
 & = 6a^3 + (-4ab^3) + 3a^2b + (-2b^4) = \\
 & = 6a^3 - 4ab^3 + 3a^2b - 2b^4
 \end{aligned}$$

4 TERMINI