Lezione 12
TEOREMA DI ESISTENZA DEL LIMITE DELLE FUNZIONE MONOTONE

*

Sia strettamente che in senso lato

Ip $y = f(x)$ CRESCENTE *

$\forall x_1, x_2 \in I_-(c) \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$I(c) =]c-\varepsilon; c[$

$\varepsilon > 0$

Ts $\exists \lim_{x \to c^-} f(x) = l^-$

1° $\begin{cases} \text{FUNZ. LIMITATA SUPERIORE IN } I \\ l \text{ E STR. SUPERIORE DI Cod } f \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to c^-} f(x) = l^-$

2^{-a}) FUNZ. NON LIMITATA SUPERIORM. IN I

$\exists \lim_{x \to c^-} f(x) = +\infty$ $\qquad f(\bar{x})$ IMM. DI $\bar{x}$ $\quad \bar{x} \in I$

Dim $\boxed{\forall \varepsilon > 0 \ \exists f(\bar{x}) : L - \varepsilon < f(\bar{x}) \leq L}$ 1^a DALLA DEF. DI ESTR. SUPER.

PER IPOTESI f CRESCENTE IN $I^-(c)$

$\forall \bar{x} < x < c \Rightarrow f(\bar{x}) < f(x)$ $\quad 1a$

2^a $\boxed{\begin{array}{l} \forall x \in I \\ f(x) \leq L \end{array}}$

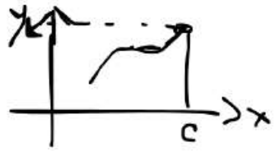
$$\left[\begin{cases} \boxed{L-\varepsilon < f(\bar{x}) \leq L} \\ f(x) \leq L \\ f(\bar{x}) < f(x) \end{cases}\right. \Longrightarrow \boxed{L-\varepsilon < f(x) \leq L}$$

$$\Downarrow$$

$$\exists \lim_{x \to c^-} f(x) = L^-$$

$1^=$ c.v.d

1^-



$2^{a})$ DALLA DEF. DI INS. NON LIMITATI SUPER.

$$\boxed{\exists\, \bar{x} \in I \quad f(\bar{x}) > M, \ \forall\, M > 0 \ \text{arb. grande}}$$

DALLA DEF. DI CRESCENZA

$$\boxed{\forall\, \bar{x} < x < c \implies f(\bar{x}) < f(x) \quad [f(x) > f(\bar{x})]}$$

$$\begin{cases} f(\bar{x}) > M \\ f(x) > f(\bar{x}) \end{cases} \implies f(x) > M \implies \boxed{\lim_{x \to c^-} f(x) = +\infty}$$