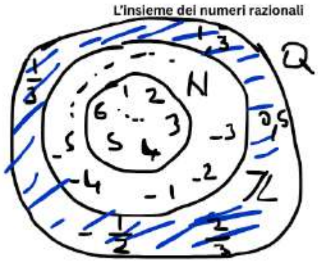
Lezione 24

L'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$



$5 : 3 = 1 \; r \; 2$

$\in \mathbb{N} \; \in \mathbb{N}$

$\boxed{\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}}$

Dentro questa parte blu ci sono tutti numeri non interi originati da divisione fra numeri interi.

I numeri razionali si possono presentare in due modi diversi:

- rappresentazione frazionaria
- rappresentazione decimale

Tutti i numeri hanno una doppia rappresentazione!!!

ES. $\boxed{0,5 = \frac{1}{2}}$

NUMERI DECIMALI — FRAZIONI

1	2
0	0,5
10	

Rappresentazione frazionaria

$$\boxed{\mathbb{Q} = \left\{ q = \frac{a}{b} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \right\}}$$

Insieme dei numeri razionali in rappresentazione frazionaria

$$\frac{a}{b} = a : b$$

DIVISORE

DIVIDENDO

NUMERATORE

DENOMINATORE

Proprietà invariantiva

$$\forall K \in \mathbb{Z},\ K \neq 0,\ \forall a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \implies \boxed{\frac{a}{b}} \cdot \frac{K}{K} = \boxed{\frac{a \cdot K}{b \cdot K}}$$

FRAZIONI EQUIVALENTI

ES. $\boxed{\frac{2}{3}} \cdot \frac{4}{4} = \boxed{\frac{8}{12}}$ $\implies$ SONO LA STESSA FRAZIONE!!!

Moltiplicando o dividendo il numeratore e il denominatore di una frazione per lo stesso numero intero la frazione non cambia.

Semplificazione

Semplificare significa ridurre una frazione ai minimi termini: cioè ridurla a un numeratore e a un denominatore che non è possibile dividere simultaneamente per uno stesso intero

ES. $\frac{24}{36}$

Per semplificare il metodo più rapido, per evitare di dover dividere in modo iterativo numeratore e denominatore è ricercare il massimo comun divisore fra numeratore e denominatore, cioè l'M.C.D.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3 \qquad 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$M.C.D(24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\boxed{\frac{24}{36} \frac{:12}{:12} = \frac{2}{3}}$$ 1 PASSAGGIO!!!

$$\boxed{\frac{2\cancel{4}}{3\cancel{6}} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{18}} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{9}} = \frac{2}{3}}$$ 3 PASSAGGI!!!

Somma algebrica fra frazioni

Per quanto riguarda la somma algebrica fra frazioni sussistono due casi principali:

- due o più frazioni con denominatore uguale
- due o più frazioni con denominatore diverso

FRAZIONE APPARENTE

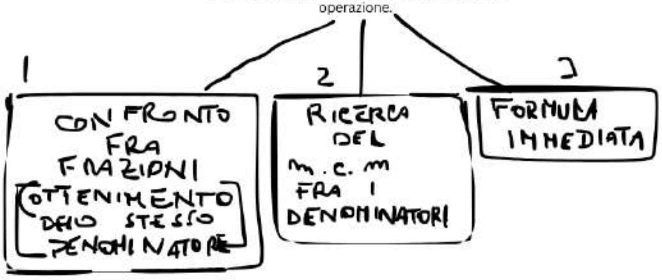
Somma algebrica di frazioni con denominatore uguale

In questo caso è sufficiente solo sommare i numeratori, lasciando il denominatore comune di entrambe.

ES. $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{2}} = \frac{3}{1} = 3$

Somma algebrica fra frazioni con denominatori diversi

Ci sono tre opzioni per poter effettuare questa operazione.



③ FORMULA IMMEDIATA

$$\boxed{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+c\cdot b}{b\cdot d}}$$

ES. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 4+3\cdot 3}{3\cdot 4}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$

$a=2,\ b=3,\ c=3,\ d=4$

② RICERCA m.c.m

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\ldots}{m.c.m(b,d)}$$

ES $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{(12:3)\cdot 2+(12:4)\cdot 3}{12}=\frac{4\cdot 2+3\cdot 3}{12}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$

m.c.m $(3,4)=12=2^2\cdot 3$

$3 \qquad \begin{array}{c|c} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad 4=2^2 \qquad 2^2\cdot 3=12$