

Lezione 25

Somma algebrica attraverso il confronto di frazioni

Confrontare due frazioni significa capire chi è più grande o più piccola?!?!

ES.

$$\boxed{\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}}$$



Due frazioni risultano confrontabili se il denominatore è lo stesso.

$$\boxed{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{12}} \leftarrow \begin{matrix} \text{PROPR} \\ \text{INVARIANTIVA} \end{matrix} \Rightarrow \boxed{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{12}}$$

$$\boxed{\frac{3}{4} > \frac{2}{3}}$$

$$\boxed{\frac{3}{4} = 0,75 \quad \frac{2}{3} = 0,6\bar{6}}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12} !!!$$

$$\boxed{\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{8-9}{12} = -\frac{1}{12}}$$

Moltiplicazione fra frazioni

Es.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

(A)

Moltiplico numeratori e denominatori fra di loro e poi semplifico se c'è da semplificare

(B)

Effettuo, se si può eseguire, una semplificazione fra il numeratore della prima e il denominatore della seconda e viceversa (denominatore con numeratore della seconda) e poi moltiplico i numeratori e i denominatori fra di loro.

Si moltiplicano fra di loro, numeratori e denominatori

(A) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

(B) $\frac{\cancel{2}^1}{3} \cdot \frac{\cancel{3}_1}{4} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$

Divisione fra frazioni

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

La divisione fra 2 frazioni equivale a una moltiplicazione in cui la seconda frazione risulta essere invertita (cioè effettuo quello che si chiama reciproco della frazione, ovvero si scambiano fra di loro numeratore e denominatore della seconda frazione).

Reciproco di un numero frazionario

Il reciproco di numero frazionario è quel numero che si ottiene scambiando numeratore e denominatore fra di loro.

RECIPROCO

ES

$$r\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{3}$$

$$r\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{1}{2}$$

Potenza di una frazione

Tutte le proprietà già viste per le potenze negli altri insiemi numerici analizzati: $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ valgono esattamente nello stesso modo!!!

$$\begin{aligned}
 \text{ES. } \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \left(\frac{2}{3}\right)^5 & \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \left(\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 1 \\
 \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}\right)^1 & \left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \left(\frac{2}{3} : \frac{3}{4}\right)^2 = \\
 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 &= \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{2^6}{3^6} & &= \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81} \\
 & & \left(-\frac{2}{3}\right)^2 &= \frac{4}{9} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]$$

$$(3)^2 : (3)^4 = \frac{3^2}{3^4}$$

- L'esponente negativo ha senso di essere definito solo nell'insieme
- dei numeri razionali, perché di fatto, l'esponente negativo non fa altro
- che effettuare il reciproco del numero in questione (che sia una frazione
- apparente, cioè un numero intero) cambiando il segno dell'esponente
- da negativo a positivo.

Es. $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{3}{2} \quad (3)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}\right]$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{3^3}{2^3} = \left(-\frac{27}{8}\right)$$

$$\begin{aligned}
 & \in S. \\
 & \left[\left(-\frac{7}{3} \right)^{-2} \right]^{-2} \cdot \left(\frac{7}{3} \right)^{-3} : \left(-\frac{7}{3} \right)^5 + \left(-\frac{7}{3} \right)^{-2} = \\
 & = \left[\left(-\frac{3}{7} \right)^2 \right]^{-2} \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^3 : \left[-\left(\frac{7}{3} \right)^5 \right] + \left(-\frac{7}{3} \right)^{-2} = \\
 & = \left(-\frac{3}{7} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^3 : \left[-\left(\frac{7}{3} \right)^5 \right] + \left(\frac{7}{3} \right)^{-2} = \\
 & = \left(-\frac{3}{7} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^3 : \left[-\left(\frac{7}{3} \right)^5 \right] + \left(-\frac{7}{3} \right)^{-2} = \\
 & = \left(-\frac{3}{7} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^3 : \left[-\frac{7^5}{3^5} \right] + \left(-\frac{3}{7} \right)^{-2} = \\
 & = \frac{3}{7} \cdot \left[-\frac{3^8}{7^4} \right] + \left(\frac{3}{7} \right)^4 \\
 & = -\frac{3^4}{7^4} + \left(\frac{3}{7} \right)^4 = -\left(\frac{3}{7} \right)^4 + \left(\frac{3}{7} \right)^4 \\
 & = 0
 \end{aligned}$$