LEZIONE 26

Rappresentazione decimale in Q

I decimali si dividono in tre categorie:

- decimali finiti o limitati (sono quei decimali che dopo la virgola possiedono un numero di cifre finito) (es: 2,1 ; 3,25, 5,167...)
- decimali illimitati periodici (sono quei decimali che hanno un numero di cifre infinito dopo la virgola, ma ripetute continuamente con un certo ordine o sequenza continua) (1.33333..; 2,63636363.....;3,253535353.....
- decimali illimitati non periodici (sono quei decimali che hanno un numero di cifre che si ripetono all'infinito dopo la virgola, ma in modo casuale) (es: 3,141692.....;2,718......,radice di 2; radice di 3.

Di queste tre categorie fanno parte dei razionali solamente le prime due, per il semplice motivo che le prime due categorie di decimali possiamo trasformarli in frazioni.
Mentre l'ultima categoria di decimali non è convertibile in frazione, per cu quei decimali appartenenti a questa categoria vengono definiti IRRAZIONALI.

DECIMALI LIMITATI

Come convertire un decimale limitato in frazione?

ES $1,25$

Dobbiamo fare in modo che la virgola arrivi al 5 e per arrivare lì deve effettuare 2 salti!!!

$$1,25 \to \frac{125}{10^2} = \frac{\cancel{125}^{\,5}}{\cancel{100}_{\,4}}$$

1 SALTO = 1 POTENZA DI 10

ES

1° SALTO	10^1
2° SALTO	10^2
3° SALTO	10^3

$$1,25 = \frac{1,25 \cdot 100}{100}$$

$\boxed{\text{PROPR. INVARIANTIVA}}$

$$\boxed{1,25 = \frac{5}{4}}$$

DECIMALI PERIODICI

A loro volta i decimali periodici si dividono in 2 tipologie:

- semplici (vuol dire che subito dopo la virgola le cifre o la cifra si ripetono iterativamente)
- misti (vuol dire che subito dopo la virgola non c'è immediatamente la ripetizione di una o più cifre, ma prima c'è una o più cifre che non si ripetono).

ES. $2,\overline{3}$; $1,\overline{14}$; $3,\overline{56}$ . . . — SEMPLICI

ES. $2,1\overline{3}$; $1,1\overline{46}$; $5,12\overline{4}$ . . . . MISTI

$$\boxed{2,1\overline{3} = 2,133333\ldots \quad 1,1\overline{46} = 1,146464646\ldots ; \quad 5,12\overline{4} = 5,12444444}$$

Come possiamo convertire questi decimali periodici in frazione?

OSSERVO:

$\frac{1}{9} = 0{,}1111111\ldots = 0{,}\overline{1}$ $\quad$ $\frac{1}{99} = 0{,}01010101\ldots = 0{,}\overline{01}$

$\frac{1}{999} = 0{,}001001001\ldots = 0{,}\overline{001}$ ....

$\frac{23}{99} = 23 \cdot \frac{1}{99} = 23 \cdot 0{,}\overline{01} = 0{,}\overline{23}$ $\quad$ $\frac{4}{9} = 4 \cdot \frac{1}{9} = 4 \cdot 0{,}\overline{1} = 0{,}\overline{4}$

$\frac{149}{999} = 149 \cdot \frac{1}{999} = 149 \cdot 0{,}\overline{001} = 0{,}\overline{149}$

Il numero di cifre sotto il periodo è sempre uguale alla quantità di 9 da mettere al denominatore.

ES. $15,\overline{15}$

OSSERVO CHE: $\boxed{15,\overline{15} = 15 + 0,\overline{15}}$

$$15,\overline{15} = 15 + 0,\overline{15} = \frac{15}{1} + \frac{15}{99} = \frac{15 \cdot 99 + 15}{99} =$$

$$= \frac{15 \cdot (10^2 - 1) + 15}{99} = \frac{15 \cdot 10^2 - 15 \cdot 1 + 15}{99} =$$

$$= \frac{1500 + 15 - 15}{99} = \frac{1515 - 15}{99} = \frac{\cancel{1500}^{500}}{\cancel{99}_{33}} = \boxed{\frac{500}{33}}$$

$$\begin{array}{r} 15 \quad + \\ 0,\overline{15} \\ \hline 15,\overline{15} \end{array}$$

$\boxed{0,\overline{15} = \frac{15}{99}}$

IN BASE A QUANTO DETTO PRIMA

$\boxed{99 = 100 - 1 = 10^2 - 1}$

$$15,\overline{15} = \frac{1515 - 15}{99}$$

TUTTO IL NUMERO

ANTIPERIODO

TANTI 9 QUANTE SONO LE CIFRE SOTTO IL PERIODO

DECIMALI PERIOD. SEMPLICI

$$1,2\overline{3} = \frac{123 - 12}{90} = \frac{\cancel{111}}{\cancel{90}}\ \frac{37}{30}$$

TUTTO IL NUMERO

ANTIPERIODO

TANTI 9 QUANTE SONO LE CIFRE SOTTO IL PERIODO E TANTI 0 QUANTE SONO LE CIFRE FUORI DAL PERIODO

DECIMALI PERIODICI MISTI