

Lezione 13
Collegamento Lavoro - Energia

L'energia è la capacità di compiere un lavoro

- Per esempio un corridore che tramite la sua forza muscolare vuole
- effettuare una corsa di un certo chilometraggio effettuerà dunque
- un lavoro, ma la capacità di compierlo, cioè la capacità che avrà il
- corridore di effettuare la corsa dipenderà dall'energia di cui dispone.
- In questo caso dalla sua "energia chimica", cioè da come si è alimentato.

Questo fa capire che l'energia è presente in tante forme diverse.

- energia cinetica (energia che si sviluppa col moto)
- energia potenziale (gravitazione, elastica,...) (energia legata alla posizione di un corpo)
- energia termica (energia legata al trasferimento di calore da un corpo all'altro)
- energia elettrica (energia legata al trasferimento di corrente elettrica da un punto ad un altro o da un corpo ad un altro)

L'energia si può convertire in varie forme, ma quello che è certo è che non può cambiare a livello di intensità.

Energia cinetica (legata al movimento).

Teorema delle forze vive o teorema dell'energia cinetica.

$$\Delta K = K_f - K_i$$

VARIAZ. ENERGIA
CINETICA

$$L = \Delta K \rightarrow \text{EN. CINETICA}$$

↓
VARIAZIONE

Il lavoro compiuto da un sistema fisico (L) deve essere uguale
alla variazione di energia cinetica del sistema stesso.

L'energia cinetica per definizione è definita così:

$$K = \frac{1}{2} m \underline{v}^2$$

$$\left[\text{Kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

$$L = \Delta K$$

$$L = F \cdot \Delta x \Rightarrow me \Delta x$$

MOTO
RETTILINEO
UNIF. ACCELERATO

$$L = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}$$

$\vec{F}$
 $\Delta \vec{x}$

$\vec{F} // \Delta \vec{x}$
F COSTANTE
ON POSIZ.
TEMPO

APR. PARENTESI CINEMATICA

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

VELOCITÀ $t_0 = 05$
POSIZIONE

equazione del moto unif. accelerato

Voglio riscrivere la posizione in funzione della velocità (v)
e non del tempo t.

$$\begin{cases} at = v - v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} \\ x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 \end{cases}$$

$$x = x_0 + \frac{v_0 v - v_0^2}{a} + \frac{v^2 + v_0^2 - 2v_0 v}{2a}$$

$$x = x_0 + \frac{\cancel{2v_0 v} - 2v_0^2 + v^2 + v_0^2 - \cancel{2v_0 v}}{2a}$$

$$\boxed{\Delta x = x - x_0}$$

VARIAZ.
POSIZIONE

$$x = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$\boxed{x - x_0} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}}$$

$$L = m \cdot a \cdot \Delta x = m \cancel{x} \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cancel{x}}$$

$$L = m \frac{(v^2 - v_0^2)}{2} = \underbrace{\frac{1}{2} m v^2}_{K_f} - \underbrace{\frac{1}{2} m v_0^2}_{K_i} = K_f - K_i = \Delta K$$

LAVORO TOTALE $\boxed{L = \Delta K}$!!!

~~$\frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$
 $v_f^2 = v_0^2$~~

$$L > 0 \Rightarrow \Delta K > 0$$

$$L = 0 \Rightarrow \Delta K = 0$$

$$L < 0 \Rightarrow \Delta K < 0$$

LAVORO MOTORE $\Rightarrow$ VARIAZ. EN. CINETICA POSITIVA
 LAVORO NULO $\Rightarrow$ VARIAZ. EN. CINETICA NULLA
 LAVORO RESISTENTE $\Rightarrow$ VARIAZ. EN. CINETICA NEGATIVA

Energia Potenziale

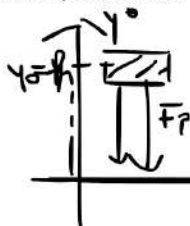
Energia potenziale gravitazionale

E' associata in questo caso all'altezza di un corpo rispetto un punto fissato, come per esempio può essere il suolo, visto come punto $x=0$ (fissato).

$$\vec{F}_p = -mg$$

Calcoliamo il lavoro della forza peso.

$$y_0 = h$$
$$y = 0$$



$$L_{F_p} = F_p \cdot \Delta y =$$
$$-F_p \cdot (y - y_0) =$$
$$= F_p (h - 0) =$$
$$= mgh$$

Per quanto riguarda il lavoro della forza peso possiamo affermare che quest'ultimo non dipende dal particolare tipo di percorso che effettua il corpo, ma solo ed esclusivamente posizione iniziale e finale.



Piano inclinato alto h e lungo L

$$L_{AB} = L_{ACB}$$

Il lavoro in questo caso è compiuto solo dalla forza peso!!!
(CIOE' SOLO DALLA TERRA!!!)...Il corpo cade liberamente!!!

$$L_{AB} = mgh$$

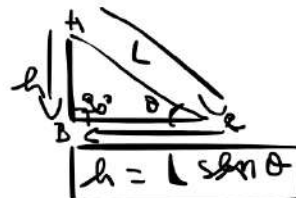
$$L_{ACB} = L_{AC} + L_{BC} = mg \sin \theta + F_p \cdot \Delta x = \text{indifferente}$$

$$L_{ACB} = L_{AC} + L_{AB} = mgl \sin \theta$$

$$= mgh \Rightarrow L_{ACB} = mgh$$

$$L_{AB} = mgh$$

$$\boxed{L_{ACB} = L_{AB} = mgh}$$



Questo tipo di forze che sviluppano lavori indipendenti dal particolare percorso scelto ma solo legate a posizione e finale vengono definite "forze conservative"

Dunque concludiamo che la forza gravitazionale sulla terra, cioè la forza peso è a questo punto una forza conservativa.

Una forza è conservativa quando il lavoro compiuto lungo un percorso chiuso è nullo

$$\boxed{L_{AC} + L_{CB} + L_{BA} = mgh + 0 + (-mgh) = mgh - mgh = 0}$$

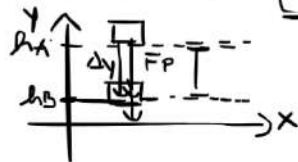
$$\boxed{U_g = mgh}$$

Energia potenziale gravitazionale per definizione.

Il nostro obiettivo adesso è stabilire la relazione che sussiste fra lavoro ed energia potenziale!!!

$$\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi}$$

h_A, h_B DUE
DIFFERENTI
QUOTE



Quindi vogliamo calcolare il lavoro compiuto dalla forza peso per portare il corpo da una quota h_A ad una quota inferiore rispetto alla precedente h_B

$$L = F_P \cdot \Delta y = mg(h_A - h_B) = \underbrace{mgh_A}_{U_{gi}} - \underbrace{mgh_B}_{U_{gf}} = U_{gi} - U_{gf} = -\Delta U_g$$

$$L = -\Delta U_g$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso sul sistema è esattamente uguale alla variazione di energia potenziale gravitazionale di quel sistema, ma cambiata di segno.

Energia meccanica

$$E = K + U_g$$

L'energia meccanica è definita come la somma di queste due tipologie di energia: cinetica e potenziale.

Questa energia, per quanto detto all'inizio, deve potersi conservare, cioè deve rimanere la stessa sia all'inizio che alla fine di una certa configurazione.

$$E_i = E_f$$

Se non sono presenti forze dissipative
Principio di conservazione dell'energia meccanica.

$$\Delta E = E_f - E_i = 0$$

$$\begin{cases} \boxed{L = \Delta K} \\ \boxed{L = -\Delta U_g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta K = -\Delta U_g$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

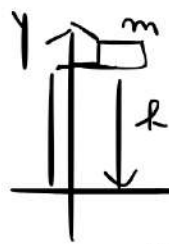
$$\underline{K_f - K_i} + \underline{U_{gf} - U_{gi}} = 0$$

$$E_f - (K_i + U_{gi}) = 0$$

$$\underline{E_f - E_i = 0} \Rightarrow \boxed{\Delta E = 0}$$

$$K_f + U_{gf} = E_f$$

$$K_i + U_{gi} = E_i$$



PRINCÍPIO
DA CONSERVAÇÃO
DE ENERGIA MECÂNICA

$v = ?$

$$\Delta E = 0$$

$$E_i = E_f$$

$$K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

$$K_i = 0$$

$$U_{gi} = 0$$

$$K_f = \frac{1}{2}mv^2$$

$$U_{gf} = 0$$