LEZIONE 16

Proprietà invariantiva dei radicali

$$\boxed{\sqrt[m]{a^p} = \sqrt[m \cdot k]{a^{p \cdot k}}}$$

$$\boxed{\sqrt[2]{625}} = \boxed{\sqrt[2]{5^4}} = \sqrt[2 \cdot 3]{5^{4 \cdot 3}} = \boxed{\sqrt[6]{5^{12}}}$$

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$625 = 5^4$

$\boxed{m \in \mathbb{N} \quad p \in \mathbb{Q}}$

$\boxed{k \in \mathbb{N}}$

Molitplicando indice ed esponente del radicando per lo stesso valore il radicale non cambia.

ES 2

$$\boxed{\sqrt[2]{125}} = \boxed{\sqrt[2]{5^3}} = \sqrt[2\cdot 4]{5^{3\cdot 4}} = \boxed{\sqrt[8]{5^{12}}}$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$125 = 5^3$

ES. 3

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3\cdot 2]{(-8)^{1\cdot 2}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$$

-2

$\boxed{2^6 = 64}$

ERRORE

Ho moltiplicato per la proprietà invariantiva l'indice
e la potenza per interna per un valore pari, pur avendo
il radicando negativo.

Va contro le proprietà fondamentali dei radicali.

Semplificazione di un radicale

$$\boxed{\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}}$$

$\boxed{\text{NUMER.: POTENZA INTERNA}}$

$\boxed{\text{DENOM: INDICE}}$

$n \in \mathbb{N}$
$p \in \mathbb{N}$

Per semplificare il radicale, di fatto devo trovare l'M.C.D fra p ed n

M.C.D(p, n)

es

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{\text{M.C.D}(2,3) = 1}$$

$$\boxed{\sqrt[15]{2^{\cancel{9}\,3}}} = 2^{\frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{15}\,5}} = 2^{\frac{3}{5}} = \boxed{\sqrt[5]{2^3}}$$

M.C.D$(9,15) = 3$

$$\sqrt[12]{7^9} = 7^{\frac{\cancel{9}\,3}{\cancel{12}\,4}} = 7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3}$$

Regola pratica per la semplificazione

$$\sqrt[PARI]{a^{PARI}} = \sqrt[n]{|a^{DISPARI}|} \quad (A)$$

$$\sqrt[2]{2^4}$$

$$\sqrt[PARI]{a^{DISPARI}} = \sqrt[PARI]{a^{DISPARI}} \quad (B)$$

$$\sqrt{\ } = \sqrt[2]{\ }$$

DALLA 2ª PROPR. FONDAMENTALE

(A) $\sqrt[6]{x^6} = |x|^{\frac{\cancel{6}1}{\cancel{6}1}} = |x|$

$\sqrt[24]{a^{12}} = |a|^{\frac{\cancel{12}1}{\cancel{24}2}} = |a|^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{|a|}$

(B) $\sqrt[6]{x^9} = x^{\frac{\cancel{9}3}{\cancel{6}2}} = x^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{x^3}$

$\sqrt[12]{x^9} = x^{\frac{\cancel{9}3}{\cancel{12}4}} = x^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

$|z|^2 = z^2$

$\sqrt[21]{a^{12}} = a^{\frac{\cancel{12}4}{\cancel{21}7}} = a^{\frac{4}{7}} = \sqrt[7]{a^4}$

$\sqrt[6]{\underbrace{(x-2)}^4} = |x-2|^{\frac{\cancel{4}2}{\cancel{6}3}} = |x-2|^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{|x-2|^2} = \sqrt[3]{(x-2)^2}$

C.E. $x-2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq 2}$

Riduzione dei radicali ad uno stesso indice

Corrisponde a portate due o più radicali a possedere lo stesso indice di radice

- **Come si procede?**

- **Semplificare i radicali, laddove possibile**
- **Determinare il m.c.m fra gli indici dei radicali presenti**
- **applicare la proprietà invariantiva in modo tale da trasformare tutti i radicali con lo stesso indice.**

1^a STEP

SEMPLIFICAZIONE RADICALI

ES.

$\sqrt[3]{(3a)^4} \rightarrow 3a^{\frac{4}{3}}$

$\sqrt[4]{25} \rightarrow \sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{4}_{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \boxed{\sqrt[2]{5}}$

$\sqrt[3]{(3a)^4} \; , \; \sqrt[2]{5}$ $\qquad$ $m.c.m(3,2) = 6$

2° STEP
INDIVIDUAZ.
m.c.m

$\sqrt[3\cdot 2]{(3a)^{4\cdot 2}} \; , \; \sqrt[2\cdot 3]{5^3}$ $\qquad$ 3° STEP

$$\boxed{\sqrt[6]{(3a)^8} \; , \; \sqrt[6]{5^3}} \quad \checkmark$$

APPLICAZIONE
PROPRIETÀ INVARIANTIVA

$\sqrt[2]{a} \qquad \sqrt[4]{a^3} \qquad \sqrt[12]{a^5}$

$\downarrow \qquad \downarrow \qquad \downarrow$

$a^{\frac{1}{2}} \qquad a^{\frac{3}{4}} \qquad a^{\frac{5}{12}}$

NESSUNO DEI 3 SEMPLIFICABILE

$\boxed{m.c.m(2,4,12) = 12}$

$\sqrt[2\cdot 6]{a^6} \qquad \sqrt[4\cdot 3]{(a^3)^3} \qquad \sqrt[12]{a^5} \Rightarrow \boxed{\sqrt[12]{a^6} ; \sqrt[12]{a^9} ; \sqrt[12]{a^5}}$

Moltiplicazione di radicali

$$\boxed{\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}}$$

$$\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[2]{6}=\sqrt[2]{2\cdot 6}=\sqrt[2]{12}$$

Non si possono moltiplicare radici con indice differente, ma l'indice deve necessariamente essere lo stesso.

es. 1 $\sqrt[6]{9}\cdot\sqrt[6]{3}=\sqrt[6]{9\cdot 3}=\sqrt[6]{27}=\sqrt[6]{3^3}=3^{\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{6}_{2}}}=3^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}\qquad 27=3^3$$

es 2 $\sqrt[4]{6}\cdot\sqrt[10]{6}=\sqrt[4\cdot 5]{6^5}\cdot\sqrt[10\cdot 2]{6^2}=\sqrt[20]{6^5}\cdot\sqrt[20]{6^2}=\sqrt[20]{6^5\cdot 6^2}$

$\boxed{m.c.m(4,10)=20}$

$=\sqrt[20]{6^5\cdot 6^2}=\sqrt[20]{6^7}=\sqrt[20]{6^7}=6^{\frac{7}{20}}$