LEZIONE 17

Divisione di radicali

$$\boxed{\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}}$$

$\boxed{\begin{matrix} a \geq 0 \\ b > 0 \end{matrix}}$ $a, b \in \mathbb{Q}$

__ES.__ $\sqrt[3]{4} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4 : 2} = \sqrt[3]{2}$

$\sqrt[6]{9} : \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{9 : 3} = \sqrt[6]{3}$

Trasporto di un fattore dentro al segno di radice di indice dispari

$$\boxed{a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}}$$

$n \in \mathbb{N}$
n DISPARI
$a, b \in \mathbb{R}$

Posso portare all'interno di una radice di indice dispari
un fattore elevato ad un esponente che ha lo stesso
valore dell'indice.

ES

$$3 \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{3^5 \cdot 2} = \sqrt[5]{243 \cdot 2} = \sqrt[5]{486}$$

$$2 \cdot \sqrt[7]{3} = \sqrt[7]{2^7 \cdot 3} = \sqrt[7]{128 \cdot 3} = \sqrt[7]{384}$$

$$-2 \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{(-2)^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{-8 \cdot 5} = \sqrt[3]{-40}$$

Trasporto di un fattore dentro al segno di radice di indice pari

$$\boxed{a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}}$$

$n \in \mathbb{N}$

n PARI

$a, b \in \mathbb{Q}^+$

ES.

$$2\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{16 \cdot 5} = \sqrt[4]{80}$$

$$3\sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{3^2 \cdot 5} = \sqrt[2]{9 \cdot 5} = \sqrt[2]{45}$$

$$\boxed{-2\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{(-2)^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{16 \cdot 5} = \boxed{\sqrt[4]{80}}$$

ASSURDO!!!

$$\boxed{-3 \cdot \sqrt[2]{5}} = \sqrt[2]{(-3)^2 \cdot 5} = \sqrt[2]{9 \cdot 5} = \boxed{\sqrt[2]{45}}$$

ASSURDO!!!

Trasporto di un fattore fuori dal segno di radice di indice dispari

ES. $\boxed{\sqrt[7]{2^{38}}}$

Questa operazione è possibile nel momento in cui l'esponente interno del radicando supera l'indice. Se invece questo non succede ci possiamo fermare.

$38 > 7 \Rightarrow$ SI PUÒ CONTINUARE

$$\boxed{2^{38} = 2^{35} \cdot 2^{3}}$$

PROPRIETÀ DELLE POTENZE !!!

$$\sqrt[7]{2^{38}} = \sqrt[7]{2^{35} \cdot 2^{3}} = \sqrt[7]{2^{35}} \cdot \sqrt[7]{2^{3}} = 2^{\frac{\cancel{35}\,5}{\cancel{7}\,1}} \cdot \sqrt[7]{2^{3}} = 2^{5} \cdot \sqrt[7]{2^{3}}$$

PROPRIETÀ MOLTIPL. RADICALI

$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$

SEMPLIF. DI RADICALE

$$\sqrt[3]{24} =$$

$$= \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$

MOLTIPL. RADICALI

SEMPL RADICALE + PROPR. FONDAMENTALE

Scompongo il numero intero in fattori primi

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$\boxed{24 = 2^3 \cdot 3}$

$\sqrt[5]{3^{32}}$

$32 > 5$?!? SI

$\boxed{3^{32} = 3^{30} \cdot 3^{2}}$ $\boxed{\text{PROPRIETÀ DELLE POTENZE}}$

$$= \sqrt[5]{3^{30} \cdot 3^{2}} = \sqrt[5]{3^{30}} \cdot \sqrt[5]{3^{2}} = 3^{\cancel{\frac{30}{5}}\,\frac{6}{1}} \cdot \sqrt[5]{3^{2}} = 3^{6} \cdot \sqrt[5]{3^{2}}$$

$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$ $\boxed{\text{MOLTIPL. RADICALI}}$

$\boxed{\text{SEMPLIF. DI RADICALI}}$

$$\sqrt[3]{72} =$$

$$= \underbrace{\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2}}_{\substack{\sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \\ \text{MOLT. RADICALI}}} = \underbrace{\sqrt[3]{2^3}}_{\substack{\text{SEMPL. RADICALI} \\ + \\ \text{PROPR. FONDAMENTALE}}} \cdot \sqrt[3]{3^2} = \boxed{2 \cdot \sqrt[3]{3^2}}$$

Scompongo il numero intero in fattori primi

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$$\boxed{72 = 2^3 \cdot 3^2}$$

$$\sqrt[4]{2^{31}} = \qquad \boxed{2^{31} = 2^{28}\cdot 2^{3}} \quad \text{PROPR. POTENZE}$$

$$= \underbrace{\sqrt[4]{2^{28}\cdot 2^{3}}}_{\text{MOLT RADICALI}} = \underbrace{\sqrt[4]{2^{28}}}_{\text{SEMPL. RADICALE}}\cdot\sqrt[4]{2^{3}} = 2^{\cancel{28}\,7/\cancel{4}}\cdot\sqrt[4]{2^{3}} = 2^{7}\cdot\sqrt[4]{2^{3}}$$

MOLT RADICALI

$$\sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$$

SEMPL. RADICALE

$$\sqrt[2]{48} =$$

$$= \sqrt[2]{\underbrace{2^4 \cdot 3}} = \sqrt[2]{2^4} \cdot \sqrt[2]{3^1} =$$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
MOLTIPL. RADICALI

SEMPLIF. RADICALE

$$= 2^{\frac{\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{2}_{\,1}}} \cdot \sqrt[2]{3} = 2^2 \cdot \sqrt[2]{3} = 4\sqrt[2]{3}$$

$$\boxed{4\sqrt{3}}$$

Sompongo l'intero in fattori primi

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$$\boxed{48 = 2^4 \cdot 3}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\sqrt[6]{x^{12}} &= |x^{\cancel{12}/6}| = |x^2| = x^2 \\ \sqrt[4]{x^{12}} &= |x^{\cancel{12}/4}| = |x^3|\end{aligned}}$$

$$\sqrt[4]{2\cdot x^4} = \sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{x^4} = \sqrt[4]{2}\;|x^{\cancel{4}/4}|$$

$$= \sqrt[4]{2}\cdot|x| = \underline{|x|\cdot\sqrt[4]{2}}$$

$$|(-2)^2|^4 \quad 4 \quad 2^2$$

$$|2^2| \quad 4 \quad -8$$

$$|(-2)^3|$$

$$|2^3| \quad 8$$

Somma algebrica di radicali

Due radicali si possono sommare solamente quando hanno la stessa parte radicale e in quel caso si dicono radicali simili.

Ricorda molto il calcolo letterale!!!!
LO SCHEMA E' IDENTICO

ES

$$\underbrace{2}_{\text{COEFF. NUMERICO}}\underbrace{\sqrt[4]{7}}_{\text{PARTE RADICALE}}$$

$$\boxed{2\sqrt[4]{7} + 3\sqrt[4]{7} = 5\sqrt[4]{7}}$$

$2\sqrt[4]{7}$ $\quad$ $3\sqrt[4]{7}$

SIMILI ?!? SI

HANNO LA STESSA PARTE RADICALE

$$\boxed{\begin{aligned} 2\sqrt[4]{7} - 3\sqrt[4]{7} &= -1\cdot\sqrt[4]{7} = \\ &= -\sqrt[4]{7} \end{aligned}}$$

$$\sqrt[2]{9} + \sqrt[2]{4} \neq \sqrt[2]{9+4}$$

$$\sqrt[2]{9} - \sqrt[2]{4} \neq \sqrt[2]{9-4}$$

BESTEMMIONE!!

$$\sqrt[2]{9} \cdot \sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{9 \cdot 4}$$

$$\sqrt[2]{9} : \sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{9 : 4}$$

Potenza di un radicale

$$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a \in \mathbb{Q} \\ n \in \mathbb{N} \\ k \in \mathbb{Z} \end{array}}$$

ES $\left(\sqrt[5]{3}\right)^4 = \sqrt[5]{3^4}$ $\quad 4 < 5$ MI FERMO QUI

ES $\left(2\sqrt[2]{6}\right)^2 = 2^2 \cdot \left(\sqrt[2]{6}\right)^2 = 4 \cdot \sqrt[2]{6^2} = 4 \cdot 6^{\cancel{2}/\cancel{2}} = 4 \cdot 6 = \underline{24}$

ES $\left(\sqrt[5]{a^2}\right)^4 = \sqrt[5]{(a^2)^4} = \sqrt[5]{a^8} = \sqrt[5]{a^5 \cdot a^3} = \sqrt[5]{a^5} \cdot \sqrt[5]{a^3} = a^{\cancel{5}/\cancel{5}} \cdot \sqrt[5]{a^3}$

$= \underline{a \cdot \sqrt[5]{a^3}}$

Radice di un radicale

$$\boxed{\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[k\cdot n]{a}}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad a \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{k}} = a^{\frac{1}{n\cdot k}} = \sqrt[n\cdot k]{a}$$

<u>ES.</u> $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{2^6}} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{\cancel{6}}{\cancel{6}}} = \underline{2}$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$\boxed{64 = 2^6}$

<u>ES</u> $\sqrt[5]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[15]{a}$

$$\sqrt[2]{3\sqrt[3]{2}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{3^3 \cdot 2}} = \sqrt[6]{27 \cdot 2} = \sqrt[6]{54}$$

$$= \sqrt[6]{2 \cdot 3^3} =$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$54 = 2 \cdot 3^3$$

$$\sqrt[3]{2\cdot\sqrt[2]{3}} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{2^2\cdot 3}} = \sqrt[6]{4\cdot 3} \qquad \boxed{\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[k\cdot n]{a}}$$

$$= \underline{\sqrt[6]{12}} = \underline{\sqrt[6]{2^2\cdot 3^1}}$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2\cdot 3$$

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{50} =$$

$$= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2^3} - \sqrt{2\cdot 5^2} =$$

$$= 3\sqrt{2} + 4\cdot\sqrt{2^2\cdot 2^1} - \sqrt{5^2}\cdot\sqrt{2} =$$

$$= 3\sqrt{2} + 4\cdot\left[\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2}\right] - 5\cdot\sqrt{2} =$$

$$= 3\sqrt{2} + 4\cdot\left[2\sqrt{2}\right] - 5\cdot\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$50 = 2\cdot 5^2 \qquad 8 = 2^3$$