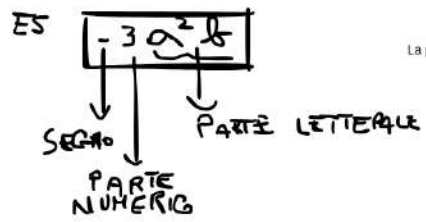


Lezione 18

Monomio

Un monomio è un'espressione algebrica costituita da un segno, un numero (coefficiente numerico) e una parte letterale.



La parte letterale è un prodotto di 2 o più lettere ciascuna delle quali elevata a un certo esponente.

Grado di un monomio

Grado complessivo

Il grado complessivo non è altro che la somma di tutti gli esponenti di tutte le lettere presenti.

Grado relativo ad una lettera

Non è altro che l'esponente presente in una determinata lettera, che figura nella parte letterale del monomio.

ES. $5x^3$

\downarrow

GRADO COMPLESSIVO = 3

$5a^3b^2c^1$

\downarrow

GRADO COMPLESSIVO = 6

GRADO RELAT. (a) = 3

GRADO RELAT. (b) = 2

GRADO RELAT. (c) = 1

Caratteristiche dei monomi fra di loro

Monomi simili

I monomi simili si dicono tali, quando possiedono la stessa parte letterale.

$$\underline{5} \quad \underline{5a^2b}; -3 \underline{a^2b}$$

$$\underline{\underline{4ab}} \text{ No !!!}$$

(SIGNIFICA IDENTICA !!!)

Monomi opposti

I monomi opposti si dicono tali, quando differiscono solo per il segno.

$$\oplus \underline{5a^2b} \quad \ominus \underline{5a^2b}$$

Monomi simili con lo stesso coefficiente numerico, ma segno opposto.

Monomi uguali

I monomi uguali si dicono tali, quando possiedono tutto uguale: segno, parte numerica, parte letterale.

OPERAZIONI CON I MONOMI

Somma algebrica fra monomi.

E' possibile sommare algebricamente solamente monomi simili (e quindi in automatico anche gli opposti).
In che modo? Sommo solamente le parti numeriche!!!

$$\begin{aligned} \text{Es} \quad & \underbrace{2}_{\text{numerico}} \underbrace{ab}_{\text{simili}} + \underbrace{\frac{3}{4}}_{\text{numerico}} \underbrace{a^2c}_{\text{simili}} - \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{numerico}} \underbrace{ab}_{\text{simili}} - \underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{numerico}} \underbrace{a^2c}_{\text{simili}} = \\ & = \left(2 - \frac{1}{3}\right) ab + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) a^2c = \left(\frac{6-1}{3}\right) ab + \left(\frac{9-2}{12}\right) a^2c = \\ & = \boxed{\frac{5}{3} ab + \frac{7}{12} a^2c} \end{aligned}$$

Moltiplicazione fra monomi

Qualunque coppia o trio, o quartetto... di monomi può essere moltiplicato in qualunque caso senza alcun problema.

$$\text{ES } \left(-\frac{2}{3} a^2 b\right) \cdot \left(\frac{1}{4} a^3 c^2\right) = -\frac{1}{6} a^5 b c^2$$

S. N. L. (SEGNO - NUMERO - LETTERE)

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ - \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \\ = - \end{array}$$

Prodotto segni

Prodotto numerico

$$\underline{a^2 b} \cdot (\underline{a^3 c^2}) = a^{2+3} b c^2 = a^5 b c^2$$

Prodotto parti letterali

Proprietà delle potenze
Prodotto di basi uguali.

Divisione fra monomi

Schematicamente si segue sempre la REGOLA S.N.L.

$$ES \quad +\frac{2}{3} a^3 b^3 : \left(-\frac{1}{3} a^2 b\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} + : - = - \\ \hline 5 \end{array}}$$

Divisione fra segni

$$\boxed{\frac{2}{3} : \frac{1}{3} = \frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}^1}{1} = 2}$$

Divisione fra parti numeriche

$$\boxed{a^3 b^3 : a^2 b}$$

Divisione fra parti letterali

$$(3 a^2 b) : \left(\frac{1}{3} a^2 b^2\right) = (3 \cdot 3) b^{-1} = 9 \cancel{b^{-1}} = \frac{9}{b}$$

Proprietà delle potenze
Divisione fra basi uguali.

**MONOMIO
FRAZIONARIO**

Monomio frazionario si intende con la parte
letterale al denominatore!!!

Potenza di un monomio

Elevare a potenza un monomio significa continuare ad applicare la regola S.N.L.

$$\text{E s. } \left(-\frac{2}{3} a^3 b^4\right)^3 = (-)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 (a^3 b^4)^3$$

Elevamento a potenza del segno.

$$(-)^3 = -$$

Elevamento a potenza della frazione.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

Elevamento a potenza della parte letterale.

$$a^3 b^4^3 = a^9 b^{12}$$

$$\boxed{\left(-\frac{2}{3} a^3 b^4\right)^3 = -\frac{8}{27} a^9 b^{12}}$$

$$\begin{aligned}
& -2 - \cancel{\frac{5}{9}} \left(-\frac{1}{2} y \right) - \frac{3}{2} y - \cancel{\frac{5}{9}} \left(-\frac{2}{3} y \right) + \frac{3}{4} - \frac{1}{9} y = \\
& -2 + \frac{1}{9} y - \frac{3}{2} y + \frac{10}{3} y + \frac{3}{4} - \frac{1}{9} y = \\
& = \left(\cancel{\frac{1}{9}} - \frac{3}{2} + \frac{10}{3} - \cancel{\frac{1}{9}} \right) y + \frac{3}{4} - \frac{2}{1} = \\
& = \left(\frac{-9 + 20}{6} \right) y + \frac{3 - 8}{4} = \\
& = \frac{11}{6} y + \left(-\frac{5}{4} \right) = \boxed{\frac{11}{6} y - \frac{5}{4}}
\end{aligned}$$

POLINOMI

Un polinomio non è altro che la somma algebrica fra due o più monomi non simili.

ES $\boxed{a + b}$ BI-NOMIO (2 NON SIMILI)

$\frac{3}{2} \underline{a^2b} + \frac{1}{3} \underline{a^3b^2} + \frac{1}{4} \underline{ac}$ TRI-NOMIO (3 NON SIMILI)

Grado di un polinomio

Grado complessivo

Il grado complessivo di un polinomio dipende dal grado del suo monomio di grado più alto.

ES

$$2a^2b + 3a^3c + \frac{1}{2}a^5$$

Diagram illustrating the degrees of the monomials in the polynomial $2a^2b + 3a^3c + \frac{1}{2}a^5$. Brackets are drawn under each term, and arrows point down to their respective degrees: 3° for $2a^2b$, 4° for $3a^3c$, and 5° for $\frac{1}{2}a^5$.

Il polinomio è dunque di quinto grado, o grado 5.

Grado relativo rispetto a una lettera

È il massimo esponente presente su una determinata lettera, la quale figura nelle parti letterali dei monomi non simili, presenti nel polinomio

$$\begin{aligned} \text{gr}(a) &= 5 \\ \text{gr}(b) &= 1 \\ \text{gr}(c) &= 1 \end{aligned}$$

Caratteristiche dei polinomi fra di loro.

Due o più polinomio possono essere:

- Ordinati (Non ordinati)
- Completati (Non completati)
- Omogenei (Non omogenei)
- Simmetrici (Non simmetrici)

Polinomi ordinati (non ordinati)

Un polinomio si dice ordinato nel momento in cui, tutti i suoi monomi non simili sono disposti in ordine di grado decrescente, dal più elevato al minore possibile

ES. $4a^3 + 2a^2 + a$

\downarrow \downarrow \downarrow
 3° 2° 1°
 \longrightarrow \longrightarrow

SI ORDINATO!!!

$$2a^2 + 4a^3 + a$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 2° 3° 1°

NON ORDINATO!!!

Polinomi completi (non completi)

Un polinomio si dice completo se sono presenti tutti i monomi non simili riferiti, per una determinata lettera, a tutti i gradi possibili dal più elevato al meno elevato

ES

| | |
|---|--|
| $4a^3 + 2a^2 + a$ | |
| ↓ _{3°} ↓ _{2°} ↓ _{1°} | |
| $4a^3 + 2a^2 + a + 1$ | |
| ↓ _{3°} ↓ _{2°} ↓ _{1°} ↓ _{0°} | |
| $4a^3 + 2a^2b + 3ab^2 + 5b^3$ | |

NON COMPLETO
(MANCA IL GRADO 0!!!)

COMPLETO!!!
(E ANCHE ORDINATO)

| | |
|-----|---|
| a | $3^{\circ} / 2^{\circ} / 1^{\circ} / 0^{\circ}$ |
| b | $3^{\circ} / 2^{\circ} / 1^{\circ} / 0^{\circ}$ |

COMPLETO - ORDINATO
COMPLETO - NON ORDINATO

Polinomi Omogenei e non omogenei

Un polinomio si dice omogeneo quando tutti i suoi monomi non simili sono dello stesso grado.

ES

$$\underbrace{a^2}_{2^\circ} + \underbrace{2ab^1}_{2^\circ} + \underbrace{b^2}_{2^\circ}$$

$(a+b)^2$

OMOGENEO

Questo è un esempio di polinomio omogeneo!!!
Tutti i suoi monomi non simili hanno lo stesso grado

ES

$$\underbrace{2a^3}_{3^\circ} + \underbrace{3a^2}_{2^\circ} + \underbrace{b}_{1^\circ}$$

NON OMOGENEO

Polinomi simmetrici e non simmetrici

Un polinomio si dice simmetrico se effettuando lo scambio fra due o un numero pari di lettere relativamente presenti in determinate parti letterali dei monomi non simili, il polinomio non cambia.

ES $\boxed{a^2 + 2ab + b^2}$

\Downarrow $\begin{matrix} a \rightarrow b \\ \text{(SCAMBIO)} \end{matrix}$

$\boxed{b^2 + 2ba + a^2}$

Il polinomio, dopo lo scambio è rimasto lo stesso.

$\underline{a^2 + ab} \xrightarrow{a \rightarrow b} \underline{b^2 + ba}$

SIMMETRICO

$a \rightarrow b$

$\boxed{2ab = 2b \cdot a}$

PROPRIETÀ
COMMUTATIVA

$a^2 \neq b^2$ NON
SIMMETRICO