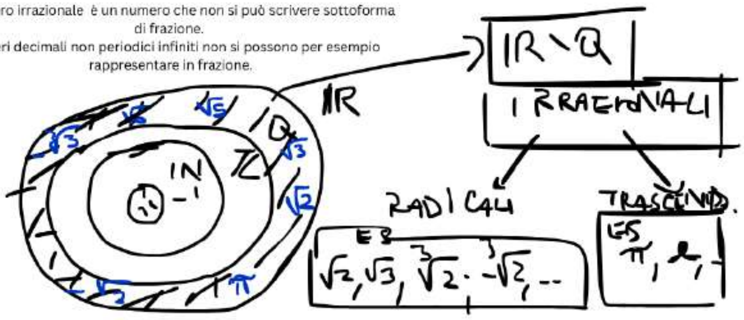
Lezione 29

I numeri irrazionali

Un numero irrazionale è un numero che non si può scrivere sottoforma di frazione.
I numeri decimali non periodici infiniti non si possono per esempio rappresentare in frazione.



Dimostrazione dell'irrazionalità di radice di 2

$$\boxed{\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}}$$

PER ASSURDO SUPPONIAMO $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

$\sqrt{2} = \boxed{\frac{p}{q}} \longrightarrow$ FRAZIONE RIDOTTA AI MINIMI TERMINI

$p, q \in \mathbb{Z}$

$\boxed{q \neq 0}$

ELEVIAMO TUTTO AL QUADRATO

$$(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 \Longrightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2}$$

MOLTIPLICO PER q^2 A SX E DX

$$2 \cdot q^2 = \frac{p^2}{\cancel{q^2}} \cdot \cancel{q^2}$$

$\boxed{p^2 = 2q^2} \Longrightarrow p^2$ NUMERO PARI

$\boxed{p = \sqrt{p^2} = \sqrt{\text{NUM. PARI}}}$

es $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{64} = 8$ ...

$\longrightarrow$ p NUMERO PARI

$\boxed{p = 2K}$ $\boxed{K \in \mathbb{Z}}$

$$p^2 = 2q^2 \Longrightarrow \boxed{(2K)^2 = 2q^2}$$

$$\frac{\cancel{4}^{\,2}K^2}{\cancel{2}_{\,1}} = \frac{\cancel{2}q^2}{\cancel{2}} \Longrightarrow \boxed{q^2 = 2K^2}$$

PARI

$q \Longrightarrow q$ PARI

$\frac{p}{q}$ FRAZIONE RIDOTTA CON p, q PARI

ASSURDO !!!

RADICALI

Definizione

$$\boxed{k\sqrt[n]{a}}$$

n INDICE DI RADICE $\boxed{n \in \mathbb{N}}$

$\sqrt{}$ SIMBOLO DI RADICE

a RADICANDO $\boxed{a \in \mathbb{Q}}$

K COEFFICIENTE DEL RADICALE $\boxed{K \in \mathbb{Q}}$

ES. $\boxed{\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}}$

DEFINIZIONE

$$\sqrt[n]{a} = \begin{cases} b \\ b \geq 0 \end{cases} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{lll} b^n = a & n \text{ DISPARI} & a \in Q, \; b \in \mathbb{R}\, Q \\ b^n = a & n \text{ PARI} & \end{array}$$

$\sqrt[2]{4} = 2$

$2^2 = 4$

$\boxed{\sqrt[2]{4} = -2 \quad (-2)^2 = 4}$ NON RISPETTA LA DEFINIZIONE

IN QUESTO CASO $\boxed{a = 4,\ b = 2,\ n = 2}$

$\boxed{a = 8 \quad n = 3 \quad b = 2}$

$$\boxed{\begin{array}{l} \sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8 \\ \sqrt[3]{-8} = -2 \Rightarrow (-2)^3 = -8 \end{array}}$$

Condizione di esistenza del radicale

$\sqrt[n]{a}$; n PARI $\exists$ $\forall \boxed{a \geq 0}$

ES. $\exists \sqrt[2]{4} = 2$; $\exists \sqrt[4]{16} = 2$; $\nexists \sqrt{-16}$

$\sqrt[n]{a}$; n DISPARI $\exists$ $\boxed{\forall a \in \mathbb{R}}$

ES. $\exists \sqrt[3]{8} = 2$; $\exists \sqrt[3]{-8} = -2$

$$\sqrt[4]{x-2}$$

C.E : $x-2 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq 2}$

$$\sqrt[4]{3-2} = \sqrt[4]{1} = 1$$

$\boxed{\text{PER ESEMPIO } x=3}$