

LEZIONE 30

Proprietà invariantiva dei radicali

$$\boxed{\sqrt[m]{a^p} = \sqrt[m \cdot k]{a^{p \cdot k}}}$$

$$m, p \in \mathbb{N}$$

Moltiplicando l'indice e la potenza interna del radicale per lo stesso numero il radicale non cambia.

ES.1 $\sqrt[2]{625} = \sqrt[2 \cdot 3]{5^{4 \cdot 3}} = \sqrt[6]{5^{12}} = \sqrt[6]{5^2} = 5^{\frac{2}{6}} = 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

$m=2 \quad p=4 \quad k=3$

$$\begin{array}{r} 625 \\ 125 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \Bigg| \begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

Semplificazione di un radicale

$$\sqrt[m]{a^p} = a^{\frac{p}{m}}$$

Semplificare un radicale significa scriverlo attraverso un esponente frazionario, in cui il numeratore è la potenza interna e il denominatore è l'indice, dopo di che si procede (se si può) a semplificare quella frazione

$$\begin{aligned} \text{Es } \sqrt[15]{2^9} &= 2^{\frac{9}{15}} = \sqrt[5]{2^3} \\ \sqrt[12]{7^9} &= 7^{\frac{9}{12}} = 7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3} \end{aligned}$$

$$p, m \in \mathbb{N}$$

$$\text{M.C.D.}(p, m)$$

$$\boxed{\text{M.C.D.}(15, 9) = 3}$$

$$\boxed{\text{M.C.D.}(12, 9) = 3}$$

Semplificazione di un radicale - regola pratica

$$a) \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{\text{PARI}}} = \sqrt[m]{|a^{\text{DISPARI}}|}$$

$$b) \sqrt[n]{a^{\text{DISPARI}}} = \sqrt[n]{a^{\text{DISPARI}}}$$

C.E.
 $a \geq 0$

$$\sqrt[6]{x^6} = |x| = |x| \quad \text{a)}$$

$$\sqrt[6]{x^3} = x^{\frac{3}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \quad b)$$

Riduzione di due o più radicali allo stesso indice.

- Provare a semplificare i radicali laddove è possibile.
- Cercare il m.c.m fra gli indici.
- Applicando la proprietà invariantiva si moltiplicano indici e potenze interne dei due radicali per quei numeri che mi fanno tornare all'm.c.m

$\sqrt[3]{3a^4}$; $\sqrt[4]{25}$
 $\sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$
 $3a^{\frac{4}{3}}$
 NO!!!

$\sqrt[3]{3a^4}$; $\sqrt{5}$

$\text{m.o.m}(3,2) = 6$

$\sqrt[3]{(3a)^4} = \sqrt[3^2]{(3a)^{4 \cdot 2}} = \sqrt[6]{(3a)^8}$ $\sqrt[2 \cdot 3]{5^3} = \sqrt[6]{5^3}$

Moltiplicazione dei radicali

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\boxed{\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{6} = \sqrt[2]{3 \cdot 6} = \sqrt[2]{18}}$$

La proprietà vale fintanto che l'indice delle due radici è lo stesso.

$$\sqrt[6]{9} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{9 \cdot 3} = \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^3} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \end{array}$$

$$\boxed{\sqrt[6]{7} \cdot \sqrt[4]{5}}$$

Per adesso no.
Dobbiamo portare i radicali tutti e due allo stesso indice.

$$\begin{array}{c}
 \sqrt[6]{7^1} \\
 \downarrow \\
 \sqrt[6 \cdot 2]{7^2} = \boxed{\sqrt[12]{7^2}}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 \sqrt[4]{5^1} \\
 \swarrow \text{m.c.m.}(6, 4) = 12 \\
 \sqrt[4 \cdot 3]{5^3} = \boxed{\sqrt[12]{5^3}}
 \end{array}$$

$$\sqrt[12]{7^2} \cdot \sqrt[12]{5^3} = \boxed{\sqrt[12]{7^2 \cdot 5^3}}$$

Divisione di radicali

$$\boxed{\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}}$$

$$\sqrt[6]{9} : \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{9 : 3} = \sqrt[6]{3}$$

$$\sqrt[4]{6} : \sqrt[10]{6}$$

Gli indici sono diversi e quindi prima devo portare i radicali allo stesso indice.

$$\begin{array}{c}
 \sqrt[4]{6} \qquad \sqrt[10]{6} \\
 \downarrow \qquad \swarrow \\
 \text{m.c.m}(4, 10) = 20 \\
 \sqrt[4 \cdot 5]{6^5} = \sqrt[20]{6^5} \qquad \sqrt[10 \cdot 2]{6^2} = \sqrt[20]{6^2} \\
 \sqrt[20]{6^5} : \sqrt[20]{6^2} = \sqrt[20]{6^5 : 6^2} = \sqrt[20]{6^3}
 \end{array}$$