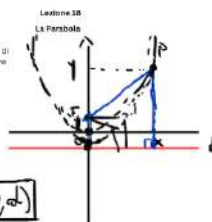


La parabola si può pensare un insieme di punti che soddisfa una certa condizione



$$\begin{aligned} P(x, y) \\ O(0, 0) \\ d: y = -c \\ F(0, c) \end{aligned}$$

$$PF = d(P, d)$$

La parabola rappresenta quell'insieme di punti tali che la loro distanza da una retta fissa (direttrice) che ha la stessa distanza del fuoco dall'origine è uguale alla loro distanza da un punto fisso detto fuoco.

$$\sqrt{(x_F - x_P)^2 + (y_P - y_F)^2} = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\begin{aligned} y &= -c \\ y + c &= 0 \\ \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} &= \frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ a=0 \quad b=1 \quad c=c \end{aligned}$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-c)^2} = \frac{|1 \cdot y + c|}{\sqrt{1}}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-c)^2} = |y + c|$$

$$x^2 + (y-c)^2 = (y+c)^2$$

$$x^2 + \cancel{y^2} + \cancel{c^2} - 2cy = \cancel{y^2} + \cancel{c^2} + 2cy$$

$$-4cy = -x^2 \Rightarrow \frac{4cy}{4c} = \frac{x^2}{4c} \Rightarrow y = \frac{1}{4c}x^2$$

EL EVO AL QUADRATO

$$\frac{1}{4c} = a$$

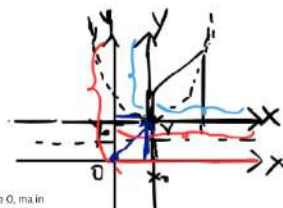
$$y = ax^2$$

Equazione di una parabola con vertice nell'origine ed asse di simmetria l'asse delle y.

c DISTANZA FOCALE

$a > 0$ U CONCAV. VERSO L'ALTO
 $a < 0$ ∩ CONCAV. VERSO IL BASSO

si viene anche detta apertura.
 Più è grande più la parabola è stretta
 più è piccolo più la parabola è larga.



Parabola con vertice non nell'origine O, ma in una nuova origine in nuovo sistema di riferimento

Dobbiamo trovare una relazione fra il nuovo sistema e il vecchio sistema di coordinate

$$V(x_0, y_0)$$

$$\begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}$$

Nel nuovo sistema l'equazione della parabola è la classica equazione di una parabola con vertice nella nuova origine ed asse di simmetria parallelo all'asse delle y, che sarà l'ordinata del nuovo sistema cioè la Y.

$$Y = aX^2$$

$$(y - y_0) = a(x - x_0)^2$$

$$y - y_0 = a(x^2 + x_0^2 - 2x_0x)$$

$$y - y_0 = ax^2 + ax_0^2 - 2ax_0x$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

$$\begin{cases} b = -2ax_0 \\ c = ax_0^2 + y_0 \end{cases}$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Equazione di una parabola avente vertice $V(x_0, y_0)$ e asse di simmetria parallelo all'asse delle y.

$y = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c$
 $a, b, c \in \mathbb{R}$

$v(x_1) = ?$
 $f(x) = ?$
 $d: = ?$
 $a: = ?$

$y = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} + c$

$\left(\frac{b}{2a} \right)^2 = \left(\frac{b^2}{4a^2} \right)$

$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) =$

$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] = \Delta = b^2 - 4ac$

$= a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$

$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$

$y - \frac{\Delta}{4a} = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \quad y - \frac{\Delta}{4a} = a(x - x_0)^2$

$\left\{ \begin{array}{l} -x_0 = -\frac{b}{2a} \\ -y_0 = \frac{\Delta}{4a} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_0 = -\frac{b}{2a} \\ y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{array} \right.$

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

$y_1 = y_2 = a = y_0 + \frac{1}{4a} = -\frac{\Delta}{4a} + \frac{1}{4a} = \frac{1 - \Delta}{4a}$

$F \left(-\frac{b}{2a}, \frac{1 - \Delta}{4a} \right)$

$a: \quad x = -\frac{b}{2a}$

$d: \quad y = y_0 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1 - \Delta}{4a}$

$d: \quad y = -\frac{1 - \Delta}{4a}$

$\left\{ \begin{array}{l} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{array} \right.$

$$y = x^2 - 3x - 4$$

$$v = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$v = \left(-\frac{-3}{2}; -\frac{25}{4}\right)$$

$$v = \left(\frac{3}{2}; -\frac{25}{4}\right)$$

$$F\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{25}{4}\right) = \left(\frac{3}{2}; -\frac{25}{4}\right)$$

$$F\left(\frac{3}{2}; -6\right)$$

$$a: x = \frac{3}{2}$$

$$d: y = -\frac{1+\Delta}{4a} = -\frac{1+25}{4} = -\frac{26}{4} = -\frac{13}{2}$$

$$d: y = -\frac{13}{2}$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x - 4 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Delta = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

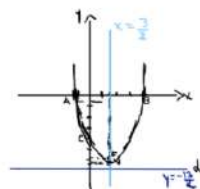
$$x_1 = -1, x_2 = 4$$

$$A(-1; 0) \quad B(4; 0)$$

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x - 4 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y = -4$$

$$C(0; -4)$$



$$A(1;0) \quad B(2;1) \quad C(3;4)$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{array}{|l} \boxed{A} \\ \boxed{B} \\ \boxed{C} \end{array} \begin{array}{l} 0 = a + b + c \\ 1 = 4a + 2b + c \\ 4 = 9a + 3b + c \end{array}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} R_1 \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow R_2 \begin{cases} -3a - b = -1 \\ 4a + 2b + c = 1 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \\ R_3 \begin{cases} 3a + b = 1 \\ -5a - b = -3 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow R_1' \begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 3 \\ -2a = -2 \end{cases} \\ \Rightarrow R_2 - R_1' \begin{cases} 3a + b = 1 \\ -5a - b = -3 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow R_1' - R_2' \begin{cases} 3a + b = 1 \\ 5a + b = 3 \\ -2a = -2 \end{cases} \\ 3a + b = 1 \Rightarrow 3 + b = 1 \Rightarrow b = -2 \\ a + b + c = 0 \Rightarrow 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1 \end{array}$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad \Delta = 0$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right) = \left(-\frac{-2}{2}; 0 \right) = (1; 0)$$

$$F = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a} \right) = \left(1; \frac{1}{4} \right)$$

$$a: \frac{x=1}{4} + \frac{\Delta}{4a} = -\frac{1+0}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{4}$$