

Lezione 18

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t_f - t_0}$$

UNITÀ
DI
MISURA

$$\frac{\frac{\text{rad}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Accelerazione angolare media di ogni singolo punto

$$\alpha_{\text{ist}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Accelerazione angolare istantanea di ogni singolo punto

$$a_T = r \alpha$$

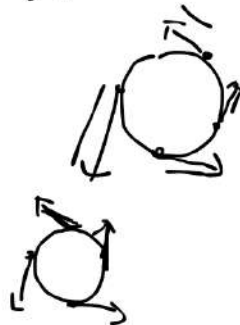
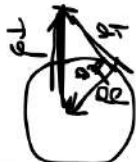
Accelerazione tangenziale



VARIABILE

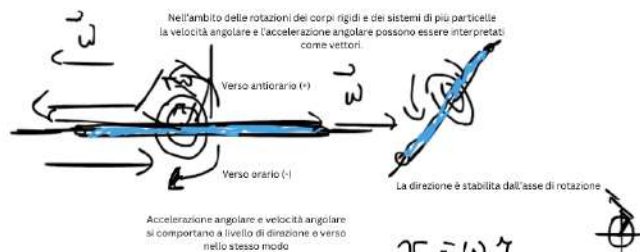
$$a_c = \frac{v_T^2}{r}$$

Accelerazione centripeta
(era presente anche nel caso di moto circolare
uniforme, perchè è legata solo al cambio di
direzione del vettore velocità tangenziale).



$$|\vec{a}| = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$$

Modulo dell'accelerazione totale



$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$v = \omega r$$



PIANO FORMATO DA $\vec{\omega}$ E $\vec{r}$

Cioè il vettore velocità tangenziale, in base a quanto detto sul prodotto vettoriale, dovrà essere un vettore perpendicolare al piano formato dal vettore velocità angolare e dal vettore r (raggio vettore, cioè la distanza fra il punto in rotazione e il centro della circonferenza che esso descrive).

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$|\vec{v}| = |\vec{\omega}| |\vec{r}| \sin \theta = \omega r_{\perp}$$

$$r_{\perp} = r \sin \theta$$

Ma $d = r \sin \theta$

Ma non è altro che la distanza di un singolo punto del mio corpo rigido dall'asse di rotazione

Reap equazioni della cinematica rotazionale per i singoli punti di un corpo rigido

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_0}{t_f - t_0} \Rightarrow \omega (t_f - t_0) = \theta_f - \theta_0 \quad t_f = t \quad \theta_f = \theta$$

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega (t - t_0)}$$

PER ω COSTANTE

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{t_f - t_0} \Rightarrow \alpha (t_f - t_0) = \omega_f - \omega_0 \quad t_f = t \quad \omega_f = \omega$$

$$\boxed{\omega = \omega_0 + \alpha (t - t_0)}$$

PER α COSTANTE

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2}$$

MOTO CIRCOLARE UNIFORME ACCELERATO

Δs	$\longrightarrow$	$\Delta \theta$	SPOSTAMENTO
v	$\longrightarrow$	ω	VELOCITA'
a	$\longrightarrow$	α	ACCELERAZIONE



Transizione grandezze lineari in angolari

$$s = r \cdot \theta \quad v = \omega r \quad a = \alpha r$$

$$r_{\perp} = r \sin \theta$$

Adesso non ci interessa più la distanza generica del punto centro, ma la sua specifica distanza dall'asse di rotazione e quindi ci serve specificatamente la componente perpendicolare di r , cioè $r \sin(\theta)$ e non r stesso.

Energia cinetica rotazionale

Rappresenta l'energia che è associata per effetto di una rotazione

$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ $i = 1, 2, \dots, n$
 Considerando il corpo come un insieme di particelle
 $K_R = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2$ $v = \omega r_{\perp}$
 $K_R = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i (\omega r_{\perp i})^2$ $v_{\perp} = \omega r_{\perp}$
 $= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \omega^2 r_{\perp i}^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i r_{\perp i}^2$
 Energia cinetica rotazionale totale

La velocità angolare è uguale per tutti i punti del corpo rispetto al suo asse di rotazione

$K_R = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i r_{\perp i}^2$
 $K_R = \frac{1}{2} \omega^2 I$
 $I = \sum_{i=1}^n m_i r_{\perp i}^2$
 Momento di inerzia
 Analogia con l'energia cinetica traslazionale

Velocità

Momento di inerzia

Il momento di inerzia dipende dalla massa e dalla geometria e rappresenta la resistenza del corpo ad una rotazione

$K_R = \frac{1}{2} I \omega^2$

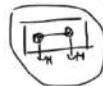
$I = \sum_{i=1}^n m_i r_{\perp i}^2$

$\frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2$

Energia cinetica traslazionale

Energia cinetica rotazionale

Il momento di inerzia di un corpo rigido costituito da particelle discrete è dato dalla legge

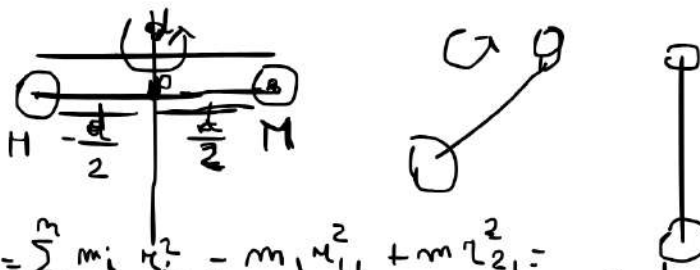


$m = \rho V$
 $dV = \rho dV$

$I = \sum_{i=1}^n m_i r_{\perp i}^2 = \int r_{\perp}^2 dm$
 $= \int r_{\perp}^2 \rho dV = \rho \int r_{\perp}^2 dV$
 Metodo dei punti
 Metodo dell'asse

Calcolare il momento di inerzia di un corpo rigido rispetto ad un asse di rotazione che non passa per il centro di massa del corpo ma che è parallelo ad un asse di inerzia del corpo

DELLA SECONDA LEGGE DI STEINER



$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_{i\perp}^2 = m_1 r_{1\perp}^2 + m_2 r_{2\perp}^2 =$$

$$= M \left(\frac{d}{2} \right)^2 + M \left(\frac{d}{2} \right)^2 = M \frac{d^2}{4} + M \frac{d^2}{4} = \cancel{2} \frac{M d^2}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2} M d^2}$$

Momento di inerzia di una molecola biatomica con l'asse di rotazione passante per il centro geometrico della molecola (vista come un manubrio con due sfere agli estremi).