Lezione 35

Caratteristiche dei polinomi

Polinomi ordinati

Un polinomio è ordinato quando tutti i suoi termini (monomi non simili) sono disposti seguendo un ordine di grado; dal più elevato al meno elevato

$$\boxed{\underset{5^\circ}{4x^5} - \underset{3^\circ}{2x^3} + \underset{2^\circ}{2x^2} - \underset{1^\circ}{x} + \underset{0}{7}}$$

ORDINATO

Polinomio completo

Un polinomio completo quando tutti i suoi termini (monomi non simili) sono presenti in tutti i gradi posssibili: dal più elevato al meno elevato.

$$\boxed{\underset{4^\circ}{3x^4} - \underset{3^\circ}{2x^3} + \underset{2^\circ}{x^2} + \underset{1^\circ}{5x} - \underset{0}{7}}$$

ORDINATO E COMPLETO

Polinomio omogeneo

Un polinomio si dice omogeneo quando tutti i suoi monomi non simili sono dello stesso grado.

$$\boxed{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$\underbrace{a^2}_{\text{GRADO } 2} \quad \underbrace{2ab}_{\text{GRADO } 2} \quad \underbrace{b^2}_{\text{GRADO } 2}$$

OMOGENEO

RISPETTO AD a

ORDINATO

COMPLETO

RISPETTO A b

NON ORDINATO

COMPLETO

Polinomio simmetrico

Un polinomio si dice simmetrico quando scambiando due o più lettere pari
fra di loro, all'interno dei suoi monomi non simili, il polinomio rimane invariato.

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$\boxed{a \to b}$$

$$b^2 + 2ba + a^2$$

Operazioni algebriche fra polinomi

Somma algebrica fra polinomi

Essendo i polinomi, espressioni algebriche, contenenti la somma di due o più monomi non simili; la somma algebrica fra polinomi si riduce ad una somma algebrica fra monomi.

$$\left(2a^2+b\right)+\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{4}b\right)=$$

$$=2a^2+b+\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{3}b-\frac{1}{3}a^2-\frac{1}{4}b=$$

$$=\left(2+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)a^2+\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)b=$$

$$=\left(\frac{6+2-1}{3}\right)a^2+\left(\frac{12-4-3}{12}\right)b$$

$$=\frac{7}{3}a^2+\frac{5}{12}b$$

Moltiplicazione fra polinomi

Io posso moltiplicare i polinomi in due modi:

- monomio per polinomio
- polinomio per polinomio

Monomio per polinomio

$$a \cdot (a + b) = a^2 + ab$$

PROPR DI STRIB

$$2 \cdot (3 + 5)$$

$$\boxed{2 \cdot 8 = 16}$$

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 6 + 10 = 16$$

Applico la proprietà distributiva del prodotto esterno rispetto alla somma interna.

$$\frac{1}{3}a^2b \cdot \left(-\frac{2}{3}ac + \frac{3}{4}b^2\right) = -\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)a^3bc + \left(\frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{4}\right)a^2b^3 =$$

$$= -\frac{2}{9}a^3bc + \frac{1}{4}a^2b^3$$

$$\boxed{(a + b) \cdot a = a^2 + ab}$$

Polinomio per polinomio

$$(a + b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b =$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Applico la proprietà distributiva più volte, a seconda di quanti monomi ho nel primo polinomio a moltiplicare

$$\left(2a^2b + \frac{1}{3}abc\right)\left(\frac{2}{3}ac - \frac{3}{4}c^3\right) =$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{3}a^3bc - \cancel{2} \cdot \frac{3}{\cancel{4}_2}a^2bc^3 + \frac{2}{9}a^2bc^2 - \frac{1}{4}abc^4$$

$$\boxed{= \frac{4}{3}a^3bc - \frac{3}{2}a^2bc^3 + \frac{2}{9}a^2bc^2 - \frac{1}{4}abc^4}$$

Divisione polinomio - monomio

Bisogna applicare comunque la proprietà distributiva.

$\boxed{\begin{array}{ll}\text{POLINOMIO} & \text{PRIMA} \\ \text{MONOMIO} & \text{DOPO}\end{array}}$

$(a^2b + ab^2) : a =$

$= \underbrace{a^2b : a}_{} + \underbrace{ab^2 : a}_{} = ab + b^2$

$\boxed{(8+4):2}$

$12:2=6$

$8:2+4:2$

$4+2=6$