

Lezione 37
Prodotti notevoli

Differenza di quadrati

$$\underline{(a+b)} \underline{(a-b)} = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

La differenza di quadrati corrisponde ad un prodotto notevole dato dal prodotto di due binomi che differiscono solo per un segno e il suo risultato corrisponde alla differenza fra il quadrato del primo termine e il quadrato del secondo termine.

Es.

$$(2x+y)(2x-y) = (2x)^2 - (y)^2 = 4x^2 - y^2$$

Quadrato di binomio

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Quadrato del
primo termine

Doppio prodotto
del primo termine
per il secondo termine

Quadrato del
secondo termine

Il quadrato di un binomio è un prodotto notevole dato dalla somma del: quadrato del primo termine, doppio prodotto del primo termine per il secondo termine e quadrato del secondo termine.

$$(2x + y)^2 = (2x)^2 + (4xy) + y^2 = 4x^2 + (4xy) + y^2$$

$$2 \cdot (2x) \cdot y$$

$$2 \cdot (2x) \cdot y$$

$$(4a^2 + b^2)^2 = (4a^2)^2 + 2 \cdot (4a^2) \cdot (b^2) + (b^2)^2 =$$

$$= 16a^4 + 8a^2b^2 + b^4$$

Cubo di binomio

$$\begin{aligned}
 (a+b)^3 &= (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2 (a+b) = \\
 &= (\underline{a^2 + 2ab + b^2}) (\underline{a+b}) = \\
 &= \underline{a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3} = \\
 &= \underline{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3} \\
 (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3
 \end{aligned}$$

$$\boxed{(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3}$$

Cubo del primo
termine

Tripla prodotto
del quadrato del
primo per il
secondo termine

Tripla prodotto
del primo per il
quadrato del
secondo termine

Cubo del secondo
termine

$$\begin{aligned}
 \text{Es. } (2x+3y)^3 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot (2x) \cdot (3y)^2 + (3y)^3 = \\
 &= 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot 9y^2 + 27y^3 = \\
 &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3
 \end{aligned}$$

Potenza binomiale generalizzata.

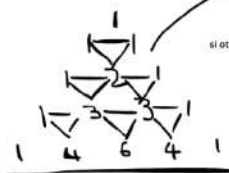
$$\begin{aligned}(a+b)^0 &= 1 \\ (a+b)^1 &= 1a+1b \\ (a+b)^2 &= 1a^2+2ab+1b^2 \\ (a+b)^3 &= 1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3 \\ (a+b)^4 &=?\end{aligned}$$

Esiste un modo per evitare questo casino di conti per calcolare la potenza di un binomio elevato ad un esponente qualunque?

Triangolo di Tartaglia

Disponiamo i coefficienti dello sviluppo delle potenze del binomio in righe l'una sottostante all'altra, come a formare un triangolo isoscele

$$\begin{aligned}(a+b)^0 \\ (a+b)^1 \\ (a+b)^2 \\ (a+b)^3 \\ (a+b)^4\end{aligned}$$



I coefficienti centrali dello sviluppo si ottengono sommando quelli dello sviluppo precedente

LOGICAMENTE!!!

Inoltre si nota che nelle parti letterali degli sviluppi, al diminuire del grado di una lettera l'altra aumenta.

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$\begin{aligned}(a+b)^2(a+b)^2 &= (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2) = \\ &= \underline{a^4} + \underline{2a^3b} + \underline{a^2b^2} + \underline{2a^3b} + \underline{4a^2b^2} + \underline{2ab^3} + \underline{a^2b^2} + \underline{2ab^3} + \underline{b^4} = \\ &= \underline{a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4}\end{aligned}$$