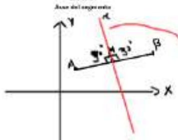
Lezione 7

Asse del segmento



$M: \overline{AM} = \overline{MB}$

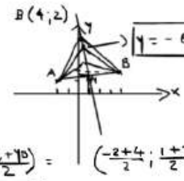
Punto medio del segmento

$r \perp \overline{AB}$

Retta r perpendicolare al segmento AB

r prende il nome di asse del segmento AB

$A(-2;1) \quad B(4;2)$



$\boxed{y = -6x + \frac{15}{2}}$

$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{-2+4}{2}; \frac{1+2}{2}\right) = \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}; \frac{3}{2}\right) = \left(1; \frac{3}{2}\right)$

$\boxed{m_{AB} = -\frac{1}{m_r}}$

$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-1}{4-(-2)} = \frac{1}{4+2} = \frac{1}{6} \Rightarrow m_{AB} = \frac{1}{6}$

$\boxed{M\left(1; \frac{3}{2}\right)} \qquad \boxed{m_r = -6}$

Applichiamo l'equazione della retta passante per un punto
con coefficiente angolare assegnato

$y - y_M = m(x - x_M)$

$y - \frac{3}{2} = -6(x-1) \Rightarrow y = -6x + 6 + \frac{3}{2}$

$y = -6x + \frac{12+3}{2} \Rightarrow \boxed{y = -6x + \frac{15}{2}}$

$\forall \; P(x,y) \in r \Rightarrow \underline{\overline{AP} = \overline{PB}}$

$\sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = \sqrt{(x_B - x_P)^2 + (y_B - y_P)^2}$

$\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-2)^2}$

$(x+2)^2 + (y-1)^2 = (x-4)^2 + (y-2)^2$

$\cancel{x^2} + 4 + 4x + \cancel{y^2} + 1 - 2y = \cancel{x^2} + 16 - 8x + \cancel{y^2} + 4 - 4y$

$2y = -12x + 15 \Rightarrow \boxed{y = -6x + \frac{15}{2}}$

CAMBIAMENTO DI COORDINATE NEL PIANO CARTESIANO

(TRASLAZIONE)

$O(0;0)$

$\boxed{xOy}$

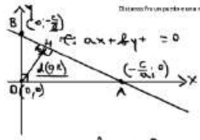
$O'(x_0;y_0)$

$\boxed{XO'Y}$

Cambio di sistema di riferimento e di origine

$$\begin{cases} x_0 + X = x \\ y_0 + Y = y \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}}$$

Distanza fra un punto e una retta



$O(0;0)$

$\overline{OH}$ è

OH è il segmento di minima distanza fra O e il segmento AB ed è perpendicolare al segmento (ipotenusa del triangolo rettangolo BOA) e quindi è anche l'altezza relativa all'ipotenusa AB.

(A) $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ y=0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ax+c=0 \Rightarrow x=-\frac{c}{a} \\ y=0 \end{cases}$ $\boxed{A\left(-\frac{c}{a};0\right)}$

(B) $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ x=0 \end{cases}$ $\begin{cases} by+c=0 \Rightarrow y=-\frac{c}{b} \\ x=0 \end{cases}$ $\boxed{B\left(0;-\frac{c}{b}\right)}$

$$\frac{\overline{OB}\cdot\overline{OA}}{\cancel{2}} = \frac{\overline{AB}\cdot\overline{OH}}{\cancel{2}}$$

$$\overline{OB}\cdot\overline{OA} = \overline{AB}\cdot\overline{OH} \Longrightarrow \boxed{\overline{OH} = \frac{\overline{OB}\cdot\overline{OA}}{\overline{AB}}}$$

$$\overline{OB} = |y_B - y_O| = \left|-\frac{c}{b}-0\right| = \boxed{\left|-\frac{c}{b}\right|}$$

$$\overline{OA} = |x_B - x_O| = \left|-\frac{c}{a}-0\right| = \boxed{\left|-\frac{c}{a}\right|}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{OB}^2+\overline{OA}^2} = \sqrt{\frac{c^2}{b^2}+\frac{c^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2c^2+b^2c^2}{a^2b^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{c^2(a^2+b^2)}{a^2b^2}} = \frac{|c|}{|ab|}\sqrt{a^2+b^2} = \boxed{\frac{|c|}{|a||b|}\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\overline{OH} = \frac{\left|-\frac{c}{b}\right|\left|-\frac{c}{a}\right|}{\frac{|c|}{|a||b|}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\cancel{\frac{|c|}{|b|}}\cdot\frac{|c|}{\cancel{|a|}}}{\frac{\cancel{|c|}}{\cancel{|a|}\cancel{|b|}}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\overline{OH} = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = d(O,r)$$

$\begin{cases} x_0+X=x \\ y_0+Y=y \end{cases}$

$ax+by+c=0$

$a(x_0+X)+b(y_0+Y)+c=0$

$aX+bY+\underbrace{ax_0+by_0+c}=0$

NUOVO TERMINE NOTO

se $P\neq O(0;0) \Longrightarrow$ $|c| \longrightarrow |ax_0+by_0+c|$

$\boxed{r: ax+by+c=0}$

$\boxed{P(x_0,y_0)}$

$$\boxed{d(P,r) = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$