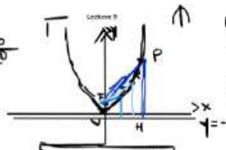
Lezione 9

$P(x,y)$ GENERICO PUNTO



(VERTICE) $V(0;0)$
(FUOCO) $F(0,C)$
$c \in \mathbb{R}$

$\boxed{\text{RETTA DIRETTRICE}}$ $d: y = -c$

$a: x = 0$ $\boxed{\text{ASSE DI SIMMETRIA}}$

$\forall P \in \Gamma \quad \boxed{\overline{PF} = d(P,d)}$

Qualunque punto della parabola deve soddisfare la condizione qui scritta, ovvero che la distanza di tale punto dal fuoco deve essere uguale alla distanza fra tale punto e la retta direttrice.

$$\sqrt{(x_P - x_F)^2 + (y_P - y_F)^2} = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$P(x;y)$
$d: y = -c$
$y + c = 0$
$a = 0 \quad b = 1 \quad c = c$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-c)^2} = \frac{|y+c|}{\sqrt{1}}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-c)^2} = |y+c|$$

ELEVO TUTTO AL QUADRATO

$$x^2 + (y-c)^2 = (y+c)^2$$

$$x^2 + \cancel{y^2} + \cancel{c^2} - 2cy = \cancel{y^2} + \cancel{c^2} + 2cy$$

$$-4cy = -x^2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{4c}x^2} \Rightarrow \boxed{y = ax^2}$$

$$\boxed{a = \frac{1}{4c}}$$

Equazione di una parabola con vertice nell'origine e avente come asse di simmetria l'asse delle y

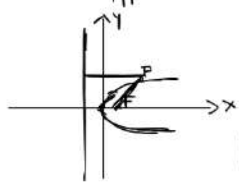
$|a|$ Apertura della parabola

Più il valore assoluto di a è elevato, più la parabola è stretta
Più il valore assoluto di a è meno elevato, più la parabola è larga

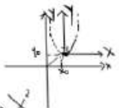
$a > 0$ ∪
$a < 0$ ∩

$V(0,0)$ $F(C,0)$

ASSE
$y = 0$
DIRETTRICE
$x = -C$



$$\boxed{x = ay^2}$$



$V(x_0; y_0)$

$$\begin{cases} x = x_0 + X \\ y = y_0 + Y \end{cases} \qquad \begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}$$

$$Y = aX^2$$

$$\boxed{y - y_0 = a(x - x_0)^2}$$

$$y - y_0 = a(x^2 + x_0^2 - 2x_0x)$$

$$y = ax^2 + ax_0^2 - 2ax_0x + y_0$$

$$\begin{cases} -2ax_0 = b \\ ax_0^2 + y_0 = c \end{cases}$$

$$y = ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 + y_0$$

$$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$$

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$(x)^2$ quadrato $= 1 \cdot x$

2 volte il prodotto $= \frac{b}{2a}x$

$$\frac{b^2}{4a^2}$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$$

$$-\Delta = -(b^2 - 4ac)$$

$$y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2 + 4ac}{4a^2}\right]$$

$$y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

$$\boxed{y + \frac{\Delta}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} \qquad y - y_0 = a(x - x_0)^2$$

$$\begin{cases} -x_0 = \frac{b}{2a} \implies x_0 = -\frac{b}{2a} \\ -y_0 = \frac{\Delta}{4a} \iff y_0 = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

$$V(x_0, y_0) = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$F(x_0, y_0 + c) = \left(x_0, y_0 + \frac{1}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} + \frac{1}{4a}\right) =$$

$$c = \frac{1}{4a} \qquad = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a}\right)$$

$$a: \quad \boxed{x = x_0 = -\frac{b}{2a}}$$

$$d: \quad y = y_0 - c = -\frac{\Delta}{4a} - \frac{1}{4a} = -\frac{1 + \Delta}{4a}$$

$$\boxed{y = -\frac{1 + \Delta}{4a}}$$

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = 0 \end{cases}$$