Lezione 24

Scomposizione col trinomio speciale

Dicesi trinomio speciale un trinomio che ha secondo, primo e grado zero nei suoi termini...quindi sostanzialmente un trinomio di 2° grado , ordinato e completo.

S → SOMMA

P → PRODOTTO

$\boxed{s, p \in Q}$

$\boxed{s, p \neq 0}$

$x^2 + sx + p$

$x^2 + sx + p = (x + a)(x + b)$

$x^2 + sx + p = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a + b)x + ab$

$$\begin{cases} s = a + b \\ p = ab = a \cdot b \end{cases}$$

Quindi in sostanza, in questo caso specifico, cioè con x^2 avente coefficiente 1, devo semplicemente trovare due numeri a e b, che non si conoscono da subito, che restituiscano come somma il coefficiente s e come prodotto il coefficiente p

ES

$x^2 - 6x - 7$

$= (x + 1)(x - 7)$

$s = -6$

$p = -7$

1 7

$\boxed{\begin{matrix} a = 1 \\ b = -7 \end{matrix}}$

$\boxed{\begin{matrix} x^2 + 2x + 1 = \\ (x+1)^2 = (x+1)(x+1) \end{matrix}}$

$x^2 + 9x + 18 =$

$= (x + 3)(x + 6)$

$p = 18$

$s = 9$

$1 \cdot 18$

$2 \cdot 9$

$3 \cdot 6$

$$\begin{cases} 3 + 6 = 9 \\ 3 \cdot 6 = 18 \end{cases}$$

$ax^2 + sx + p$ $\qquad a, s, p \in \mathbb{Q}$, $\; a \neq 1$

$$ax^2 + sx + p = (ax + t_1)\left(x + \frac{t_2}{a}\right)$$

$$ax^2 + sx + p = ax^2 + t_2x + t_1x + \frac{t_1 t_2}{a} = ax^2 + (t_1 + t_2)x + \frac{t_1 t_2}{a}$$

$$\begin{cases} s = t_1 + t_2 \\ p = \dfrac{t_1 t_2}{a} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} t_1 + t_2 = s \\ t_1 t_2 = p \cdot a \end{cases}} \; !!!$$

METODO 1

ES

$$4x^2 + 11x - 3$$

$s = 11$

$p' = -3 \cdot 4 = -12$

$1 \cdot 12$

$2 \cdot 6$

$3 \cdot 4$

$12 \quad -1$

$$= (4x + 12)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \cancel{4}(x + 3) \cdot \left(\frac{4x - 1}{\cancel{4}}\right) =$$

$$= (x + 3)(4x - 1) = (4x - 1)(x + 3)$$

METODO 2

$$4x^2 + 11x - 3 =$$

$s = +11$

$p' = -3 \cdot 4 = -12$

$\boxed{12 \quad -1}$

$$= 4x^2 + 12x - 1x - 3 =$$

$$= 4x(x + 3) - 1(x + 3)$$

$$= (x + 3)(4x - 1) = (4x - 1)(x + 3)$$

Scrivere il termine di primo grado come somma algebrica di due termini , utilizzando come coefficienti i due: t1 e t2 trovati.

$b^2 - 22b + 40 =$

$= (b + (-2))(b + (-20)) =$

$= \underline{(b-2)\cdot(b-20)}$

$p = 40$
$s = -22$

1 · 40
2 · 20
4 · 10

-2 -20

$2a^2 + 7a + 3 =$

$= 2a^2 + 1a + 6a + 3 =$

$= a(2a+1) + 3(2a+1) =$

$= \boxed{(2a+1)(a+3)}$

$p = 6$
$s = 7$

1 · 6
2 · 3

1 6

Trinomio speciale generalizzato (biletterale)

$a^2 - 3ab + 2b^2$

RISPETTO AD a

$a^2 - 3b\,a + 2b^2 =$

$s = -3b$

$p = 2b^2$

$b \cdot 2b$

$-b \quad -2b$

$= (a + (-b))(a + (-2b)) =$

$= (a - b)(a - 2b)$

RISPETTO A b

$2b^2 - 3ab + a^2 =$

$p = 2a^2$

$s = -3a$

$-a \quad -2a$

$= 2b^2 - ab - 2ab + a^2 =$

$= b(2b - a) - a(2b - a) =$

$= (2b - a)(b - a) = [(-)(a - 2b)][(-)(a - b)] =$

$= (a - 2b)(a - b)$

La scomposizione SE NE SBATTE dell'ordine del trinomio, ovvero risulta sempre la stessa, sia se scompongo rispetto a una lettera, sia se scompongo rispetto ad un'altra.

Trinomio biquadratico

Bi - quadratico = quadratico 2 volte?!?!?!

$$x^4 + 4x^2 - 45$$

Non è un trinomio di secondo grado ma è di quarto (rispetto a x)!!!

Utilizzo una variabile ausiliaria

$$\boxed{t = x^2} \quad !!!$$

$$t^2 + 4t - 45 =$$

$$= (t-5)(t+9) =$$

$$= (x^2-5)(x^2+9)$$

$$= (x^2-5)(x^2+9)$$

$$= \underbrace{(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})}_{\in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}}(x^2+9)$$

$p = -45$
$s = 4$

$1 \cdot 45$
$3 \cdot 15$
$5 \cdot 9$ $\quad -5 \quad +9$

(NON NECESSARIO MI FERMO A Q)
NON OLTRE I RAZIONALI