Lezione 13

$a, b \in \mathbb{R}$

$P(x, y)$

$C = O = (0, 0)$ CENTRO

$V_1 = (-a, 0)$

$V_2 = (a, 0)$

$\overline{V_1V_2} = 2a$

$V_3 = (0, -b)$ $V_4(0, b)$

$\overline{V_3V_4} = 2b$

x, y ASSI DI SIMMETRIA

$F(c; 0)$, $F_1(-c; 0)$ FUOCHI

$$\boxed{\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a}$$

Ellisse come luogo di punti

$$\overline{PF_1} = \sqrt{(x_P - x_{F_1})^2 + (y_P - y_{F_1})^2} = \sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

$$\overline{PF_2} = \sqrt{(x_P - x_{F_2})^2 + (y_P - y_{F_2})^2} = \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ELEVIAMO TUTTO AL QUADRATO

$$(x+c)^2 + y^2 = 4a^2 + (x-c)^2 + y^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$\cancel{x^2} + \cancel{c^2} + 2cx + \cancel{y^2} = 4a^2 + \cancel{x^2} + \cancel{c^2} - 2cx + \cancel{y^2} - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$4cx - 4a^2 = -4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$4a^2 - 4cx = 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$a^2 - cx = a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$a^4 + c^2x^2 - 2a^2cx = a^2\left[(x-c)^2 + y^2\right]$$

$$a^4 + c^2x^2 - 2a^2cx = a^2\left[x^2 + c^2 - 2cx + y^2\right]$$

$$a^4 + c^2x^2 \cancel{- 2a^2cx} = a^2x^2 + a^2c^2 \cancel{- 2a^2cx} + a^2y^2$$

$$a^4 + c^2x^2 - a^2x^2 = a^2c^2 + a^2y^2$$

$$c^2x^2 - a^2x^2 - a^2y^2 = a^2c^2 - a^4$$

$$a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2 = a^4 - a^2c^2$$

$$(a^2 - c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

DIVIDO PER $a^2 - c^2$

$a > c$

$a^2 - c^2 > 0$

$$\boxed{a^2 - c^2 = b^2}$$

$$x^2 + \frac{a^2}{a^2 - c^2}y^2 = a^2$$

$$x^2 + \frac{a^2}{b^2}y^2 = a^2$$

DIVIDO TUTTO PER a^2

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$$

Equazione dell'ellisse in forma canonica con i fuochi sull'asse orizzontale

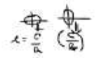
$$a^2 - c^2 = b^2 \Rightarrow \boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad a^2 = b^2 - c^2$$

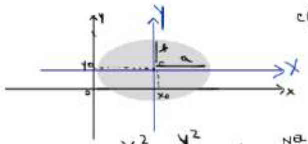
$$\boxed{a^2 + c^2 = b^2}$$

Eccentricità dell'ellisse

L'eccentricità è un parametro della curva determinato dal rapporto fra la semidistanza focale e la lunghezza del semiasse maggiore.



$$e = \frac{c}{a} \quad \left(\frac{c}{b}\right)$$



$C(x_0, y_0)$

$$\begin{cases} X = x - x_0 \\ Y = y - y_0 \end{cases}$$

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

NEL SISTEMA XY

$$\boxed{\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1}$$

FORMA SEGMENTATA

$$b^2(x-x_0)^2 + a^2(y-y_0)^2 = 1$$

$$b^2(x^2 + x_0^2 - 2x_0x) + a^2(y^2 + y_0^2 - 2y_0y) = 1$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 - 2b^2x_0x - 2a^2y_0y + b^2x_0^2 + a^2y_0^2 - 1 = 0$$

$$\begin{cases} b^2 = m \\ a^2 = n \\ -2b^2x_0 = p \\ -2a^2y_0 = q \\ b^2x_0^2 + a^2y_0^2 - 1 = r \end{cases}$$

$$\boxed{mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0}$$

$$4x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 11 = 0$$

$$4(x^2 - x) + 2(y^2 + 6y) + 11 = 0$$

$$4\left[\left(x^2 - 2\cdot\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}\right] + 2\left[\left(y^2 + 2\cdot 3y + 9\right) - 9\right] + 11 = 0$$

$$4\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] + 2\left[(y+3)^2 - 9\right] + 11 = 0$$

$$4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 1 + 2(y+3)^2 - 18 + 11 = 0$$

$$\frac{\cancel{4}^{1}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{\cancel{8}\,2} + \frac{\cancel{2}^{1}(y+3)^2}{\cancel{8}\,4} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{8}}$$

$$\boxed{\frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{2} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1}$$

$$\boxed{C\left(\frac{1}{2}; -3\right)}$$

CENTRO DI SIMMETRIA

$a = \sqrt{2}$ $\quad$ $b = \sqrt{4} = 2$

$b > a$ FUOCHI SULL'ASSE VERTICALE