Lezione 16

Gli asintoti di un'iperbole

Per asintoto si intende una retta a cui il grafico dell'iperbole si avvicina senza mai toccarla

a)

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

b)

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $\quad \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \\ y = mx \end{cases}$

IPERBOLE CON FUOCHI SULL'ASSE DELLE Y

Debbiamo trovare le equazioni di questi asintoti

$$\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = mx \end{cases}$$

IPERBOLE CON FUOCHI SULL'ASSE X

FASCIO DI RETTE PASSANTE PER O(0;0)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{m^2x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{b^2x^2 - a^2m^2x^2}{a^2b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2b^2}$$

$$(b^2 - a^2m^2)x^2 = a^2b^2$$

$$x^2 = \frac{a^2b^2}{b^2 - a^2m^2} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{a^2b^2}{b^2 - a^2m^2}} = \pm\frac{ab}{\sqrt{b^2 - a^2m^2}}$$

$$b^2 - a^2m^2 \neq 0$$

$$a^2m^2 - b^2 \neq 0 \Rightarrow a^2m^2 \neq b^2$$

$$m^2 \neq \frac{b^2}{a^2} \qquad m \neq \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2}} =$$

$$\boxed{m \neq \pm\frac{b}{a}}$$

Per questo valore di m gli asintoti toccano l'iperbole in punti specifici.

$$\boxed{m = \pm\frac{b}{a}}$$

$$y = mx$$

$$\boxed{y = \pm\frac{b}{a}x} \qquad \text{EQ. ASINTOTI}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = -1$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{a^2} - 1$$

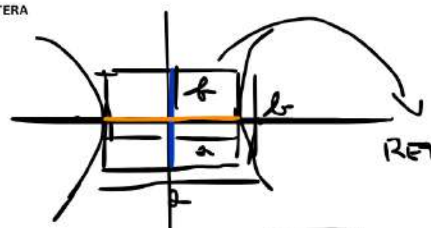
$$y^2 = b^2\left(\frac{x^2}{a^2} - 1\right)$$

$$y^2 = b^2\left(\frac{x^2 - a^2}{a^2}\right) = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2) \Rightarrow y^2 = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2)$$

$$y = \pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}\sqrt{x^2 - a^2} \Rightarrow \boxed{y = \pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}}$$

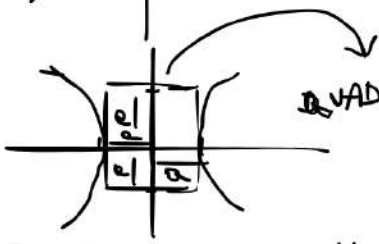
IPERBOLE EQUILATERA

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



RETTANGOLO

$$a = b$$



QUADRATO

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$x^2 - y^2 = a^2$$

se $a=1$ $\quad x^2 - y^2 = 1 \quad y^2 - x^2 = -1 \quad y^2 = x^2 - 1 \quad y = \pm\sqrt{x^2 - 1}$

$$\boxed{xy = 1}$$

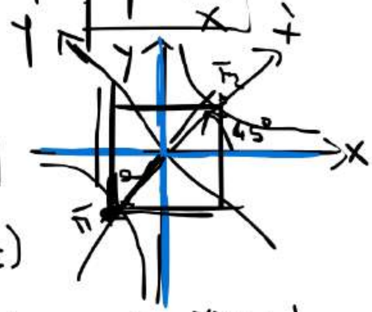
$$\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2 \cdot \frac{c}{\sqrt{2}}$$

$$F_1 = \left(-\frac{c}{\sqrt{2}} ; -\frac{c}{\sqrt{2}}\right)$$

$$F_2 = \left(\frac{c}{\sqrt{2}} ; \frac{c}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\boxed{y = \frac{1}{x}}$$



ESERCIZIO

$$xy = \frac{c^2}{4} \qquad c = 2 \Rightarrow c^2 = 4 \Longrightarrow xy = 1$$